工学ジャーナル　第６巻
2007年3月

ニュートン力学について ― 工学者と学生のための解説 ―

On the Newtonian Mechanics ― Commentary for Young Engineers ―

岸　洋介*)

Yosuke KISHI *)

A commentary on the Newtonian mechanics is given in this paper for engineers and students. It consists of two parts; the first one is about the three laws of motion and the second one is about the dynamics for system of particles. A careful explanation is given in this paper so that the important concepts in Newtonian mechanics are combined close together for the readers to understand Newtonian mechanics from the whole point of view.

K*ey words*: Newtonian mechanics, Three laws of motion, Dynamics for system of particles

１．緒言

工学の世界では、物理学が果たす役割が急速に増しているように思われる。恐らくこれは世界的な傾向であり、今後もさらに強まるであろう。工学に携わる人達や、これから工学技術者を目指す若い学生にとって、物理学を習得することはとても大切である。だが、物理学を本当に理解するのは、実際には容易なことではないのである。何故だろうか？

物理学は、永い歴史を経て人類が獲得した一つの遺産である。現在の物理学は、大別して、「ニュートン力学」、「熱力学」、「電磁気学」、「量子力学」、および、「相対性理論」と呼ばれる５つの体系から成る。物理学と言っても、たった５つの体系が有るに過ぎない。どうして、わずかな数しかない体系を理解するのが難しいのだろうか？

それぞれの体系は、いくつかの基本になる“法則”を内包し、これらの法則を繋ぎ合わせて “固有の理論構造（あるいは、論理構造)”が作り出されている。肝要なことは、次のことである。体系は、理論構造を持つとともに、それと１対になって、“物質界に関する固有の世界像”を持つ。固有の理論構造と物質界に関する固有の世界像は、あたかも車の両輪のようになって、一つの体系を作り上げている。体系の持つ本来的なこの性格を忘れると、体系を理解するのが困難になる。

物理学の体系の一つであるニュートン力学を例にとる。大学の理系の学部では、ニュートン力学に関する授業科目として、質点の力学、質点系の力学、剛体の力学、弾性体の力学、流体の力学などが、工学部ではさらに進んで、機械力学、材料力学、水理学などの専門的な科目が教えられている。授業科目の教科書を眺めると、ほとんどが文章の中に膨大な数式や例題を載せて、科目内容の説明を行っている。工学部の学生が、質点の力学から水理学に至る一連の教科書を机の上に並べたと想像してみよう。学ぶべき量はあまりにも多くて、ため息が出るであろう。さらに悪いことに、もし学生が辛抱して真面目に

＊愛媛大学工学部
＊Faculty of Engineering, Ehime University, Matsuyama, Japan

平成 18 年 11 月 15 日 受付，平成 19 年 1 月 31 日 受理

勉強したとしても、一向に力学が良く判ったという自信が生まれない。これでは、力学を応用して工学に役立てようとする意欲と自信が生まれない。どこに問題があるのだろうか？

答えは簡単である。ニュートン力学の体系は一つであって、その体系は固有の理論構造と物質界に関する固有の世界像を持つ。ニュートン力学を教えるには、まず初めに、この力学体系そのものを説明しなければならない。理論構造は、矛盾が無く一貫しており、それ自身で閉じたものである。しかしながら、その説明は物質界の世界像と両立させて行われなければならない。この点において、物理学の体系は数学の論理体系と異なる。理論構造を説明するには、主に言葉を用いて論理を丹念に追跡する。物質界の世界像は、身近な現象や知識を用いて、いくらでも例を持ち出して描き出せるように思える。けれども、描かれた像（イメージ）は実際の現象そのものではない。体系の理論構造と矛盾しないように、像は理想化され、単純化され、変形される。私たちは、これを“モデル（模型）”と呼ぶ。体系の説明は、理論構造と物質界のモデルを車の両輪として、両者のバランスを保ちながら、丁寧に繰り返しなされる必要がある。

質点の力学から流体の力学に至る一連の科目は、ニュートン力学を細分化して教えようとするもので、近年における標準的なカリキュラムになっている。これらを教えにしても（このカリキュラム編成を、著者は必ずしも賛成しないが）、何にも増して、上に述べた力学体系の説明が優先されなければならない。力学体系を説明することは、どの力学関連科目を教えるよりもはるかに重要である。この説明が省略され、初めから細分化された科目が要求する膨大な知識や数式の羅列を前にして、初学者はどうして肝心の力学体系が理解できるだろうか。初めに体系の説明を受ければ、初学者はニュートン力学を全体的な観点から把握でき、また、この力学が想定する物質界の全体像を生き生きと思い描くことができるはずである。

このような問題意識から、著者と同僚の和瀬講師は協同して、ニュートン力学の体系を纏め上げようと思い立った。数年間の悪戦苦闘を経て、ようやく最近になって“ニュートン力学の体系”と題した原稿を纏め上げた[1]。内容は、運動の三法則、物体の集まりから成る系の力学、および、連続体の力学から成る。原稿はかなり長いものなので、連続体の力学については省略し、さらに、内容の要点を拾い出し、著者自身の考えを追加してここに掲載する。緒言と結論を除いた本文では、第２章で運動の三法則を、第３章では物体の集まりから成る系の力学を述べる。

２．運動の三法則

ニュートン力学の体系は、良く知られているように、ニュートン自身によって１６８７年に出版された《プリンキピア》と通称される書物に集大成される。書かれた中味は膨大である。だが有難いことに、力学の体系は原則的には運動の三法則と呼ばれる三つの法則 －運動の法則１、運動の法則２、運動の法則３－ を基礎にして築き上げられる。運動の三法則は、ニュートン力学において、あたかも数学における公理のような役割をする。わずか三つの法則から出発して、これらを組み合わせて論を進めれば、壮大なニュートン力学の体系が作り上げられるのである。もしそうなら、これは何と簡明で素晴らしいことか。

この章では、運動の法則１から３まで順に解説する。日本語で表現された三法則は、最近出版されたチャンドラ・セカールによる《プリンキピア》の和訳本に従った[2]。

２．１　運動の法則１

運動の法則１は、次のように述べる：

『物体は他の物体から力の作用がない限り、静止の状態、あるいは、一直線上の等速運動の状態を続ける。』

今では当たり前のように思えるこの法則は、近代の科学が得た金字塔の一つである。私達の世界は多

数の物体の集まりで出来ており、どの物体も、通常は他の物体から力の作用を受けながら運動をしている。しかし、もし物体が他のあらゆる物体から力の作用を受けない孤立した状態に置かれたとき、その物体はどのような運動をするであろうか？あらゆる力の束縛を断ち切った物体の自由な状態は、実際には実現されない理想的な状態である。運動の法則１は、その理想的な状態では、物体はその運動状態を保持し続けるのだ、と主張する。

運動の法則１が成立する理由を、ニュートンは次のように説明している。物体は本来的に「慣性」という性質を持っており、力を受けない自由な状態では、物体はその性質を発揮して運動状態を保持し続けるのである。運動の法則１は、別名で「慣性の法則」と呼ばれる。

ここで、物体の“運動状態”とは何かを明確にする必要がある。或る時刻の物体の運動状態は、その時刻における物体の「速度」で表される。速度は方向と大きさを併せ持つ量であり、その方向は物体が進む方向、その大きさは単位の時間に物体が移動する距離である。物体に力が作用しない限り、物体の運動状態は保持されるが、これは時間が経過しても物体の速度は一定に保たれることを意味する。速度がゼロのときは、静止の状態が保たれる。ゼロでないときは、速度の方向と大きさの両方が保たれ、速度の方向と同じ向きに延びる直線に沿って、物体は同じ速度の大きさで進行する。

運動の法則１は、力の作用を受けないとき、物体の速度はゼロなのかゼロでないのか、ゼロでないなら速度の方向や大きさは幾らになるか、などに言及している訳ではない。単に、力の作用を受けない限り、物体の速度は時間が経過しても保持されるのだ、と主張している。

２．２　運動の法則２

運動の法則１によれば、力を受けない限り、物体はその速度を保持する。力を受けると、物体はその運動状態、すなわち、速度を変化させるはずである。運動の法則２は、力の作用を受けた物体は、運動状態をどのように変化させるかを述べたものである：

『物体の運動量の変化は、物体に作用する力に比例し、力の方向に沿って行われる。』

物体の「運動量」は、物体の「質量」と速度の積として定義される量である。ここで、物体の質量が導入された。着目する物体は、その物体に固有の大きさの質量を持つ。その物体は、どんな力の作用を受けようとも、どんなに速度が変化しようとも、あるいは、どんな速度に達しようとも、物体の質量は増えたり減ったりせず、変らずに同じ量に保たれるものとする。ニュートン力学では、これを「質量の保存則」と呼んで、暗黙の前提として認める。

力を受けた物体の運動状態の変化を語るとき、運動の法則２は、直接に速度を用いないで（質量と速度の積である）運動量を通して変化を見る。すると、質量の大きさは物体の速度が変化する程度を支配する量であることが判る。同じ力を受けたとしても、質量が大きい物体ほど速度の変化は小さく、質量が小さい物体ほど速度の変化は大きくなる。質量がかなり大きいと、力を受けても物体の速度の変化はずっと小さくなり、したがって、その運動状態はかなり良く保持される。すなわち、物体の慣性はより良く維持され、運動の法則１で想定した物体の運動状態に近づく。物体の質量は、この意味から「慣性質量」とも呼ばれる。

法則２では、“物体の運動量の変化は、物体に作用する力に比例し、…”と述べる。運動量の変化は、物体に作用する力が大きいほど、それに比例して大きくなる。だが、同じ力が作用しても作用する時間が長くなれば、その分だけ運動量の変化量は大きくなるはずである。したがって正確に言えば、“物体の運動量の変化は、物体に作用する力と作用の継続時間に比例し、…”となる。法則２のもう一つの主張は、“物体の運動量の変化は、…、力の方向に沿って行われる”の部分である。「力」は、速度と同じように（また、運動量と同じように）、大きさと方向を併せ持つ量である。法則２のこの主張は、物体の運動量が変化する方向は、力が作用する方向と同じである、という意味である。速度、運動量、力は、いずれも大きさと方向を併せ持つ量である。これらは、一括して「ベクトル」と呼ばれる。

ここで、力学に登場する量を測るものとして、「単位」を導入しよう。力学では、“長さ”、“質量”、“時間”という三つの量について、共通に了解できる基準を設けて基本となる単位を定めている。現在、国

際的に採用されている三つの量の基本単位は、それぞれ、メートル（m）、キログラム（kg）、秒（s）である。三つの基本単位を用いて、“単位の大きさの速度”や“単位の大きさの運動量”などを定める。前者は、単位の時間に単位の距離だけ進む物体の速度のことであり、後者は、単位の質量と単位の大きさの速度を持つ物体の運動量のことである。実際の長さ、時間（間隔）、質量、速度の大きさ、運動量の大きさを定めるには、それぞれ、単位の長さ、単位の時間、単位の質量、単位の速度、単位の運動量の何倍であるか、という倍数（実数値）を指定すればよい。

力の単位は、運動の法則２に基づいて定めることができる。すなわち、物体に作用して、単位の時間に物体の運動量を単位の量だけ変化させるような力を、“単位の大きさの力”とする。単位の力をこのように定めれば、運動の法則２は次のように言い換えられる：

『物体の運動量が単位の時間に変化する量は、物体に作用する力に等しい。』

簡潔で美しいこの表現は、近年において標準的な力学の教科書で採用されている。物体の質量は質量保存則から不変な量になるので、物体の運動量の単位時間当たりの変化量は、物体の質量と加速度の積になる。ここで物体の「加速度」とは、物体の速度が単位の時間に変化する量のことであり、ベクトル量である。運動の法則２から、次のことが導かれる：

『物体の質量と加速度の積は、物体に作用する力に等しい。』

この表現とすぐ上に述べた表現は、質量保存則を認めるならば、同等な内容を持つ。ここで“等しい”とは、二つの量、すなわち、（物体の運動量が単位の時間に変化する量）と（物体に作用する力）が、あるいは、（物体の質量と加速度の積）と（物体に作用する力）が、ベクトルとして大きさと方向がともに等しいことを意味する。

２．３　運動の法則３

運動の法則３は、次のように述べる：

『すべての作用に対して、大きさが等しく反対向きの反作用が常に存在する。あるいは、二つの物体が互いに及ぼす相互の作用は、常に大きさが等しく向きが反対である。』

この法則は、一つの物体が力の作用を受けるとき、その力を及ぼす相手は“他の物体”であると言う。力の作用は、二つの物体の間で相互になされるのである。法則はさらに、力の作用はいつも「反作用」を伴うこと、また、反作用の力は作用した力と常に大きさが等しく向きが反対になる、と主張する。一つの物体が他の物体に力を作用すると、力を作用した物体は、いつも作用した力と大きさが等しく向きが反対の反作用の力を受ける。物体が受け取るこの反作用の力は、相手の物体から及ぼされた力に他ならない。ゆえに、二つの物体が相手に及ぼす二つの作用は、常に大きさが等しく向きが反対になる。この法則は、別名で「作用・反作用の法則」と言われる。

２．４　運動の三法則をめぐる前提条件

運動の三法則の主張をたどると、いくつかの前提条件が暗黙のうちに仮定されていることに気がつく。それらを洗い出すと、新しい概念が生み出されとともに、ニュートン力学が描く物質世界の概略を浮び上がらせることができる。

（イ）質量を持つ物体から成る世界

運動の法則２と運動の法則３から、ニュートン力学では“質量を持つ物体”だけを考察の対象にしていることが判る。そうでないもの －自然界にそれが仮に在るとしても－ は、考察の対象にしない。ニュートン力学が描く像は、質量を持つ多数の物体が空間に存在する世界である。諸物体は、相互に力を作用しながら空間を運動する。質量保存則から、個々の物体の質量はどの時間でも同じ量に保たれる。

（ロ）起動力と慣性力

着目する物体が他の物体から力の作用を受けると、運動の法則２が主張するように、物体はその運動

状態を変化させる。運動の変化を引き起こす力のことを、《プリンキピア》では「起動力」と名づけた。運動の法則２で“作用する力”と言ったのは、起動力である。起動力は、着目する物体に外部から（他の物体から）作用する力である。

一方、《プリンキピア》は「慣性力」と呼ばれる力を導入する。これは、物体の“慣性”に結びつけて導入される概念である。力の作用を受けると、物体は運動の法則２に従って運動状態を変えさせられる。物体の慣性は、運動状態を変えまいとして力の作用に抵抗するように働くであろう。この働きを力の形式で表現し、これを「慣性力」と名づける。

慣性力は力の作用を受けて生じる力なのだから、これは運動の法則３が言うところの反作用の一つであると見なせる。反作用の力は、作用力と大きさが等しく向きが反対である。作用力は、運動の法則２によれば、物体の質量と加速度の積に等しい。ゆえに慣性力は、その大きさが物体の質量と加速度の積に等しく、向きが加速度とは反対にならなければならない。慣性力の定義は、したがって、（慣性力）＝ —（質量）×（加速度）である。

最近の教科書では、起動力は単に“力”と呼ばれるのが普通である。慣性力については、それを導入するものもあれば、初めから用いないものもある。慣性力は、第２章で述べる相対運動と関連して登場する“見かけの力”と、しばしば混同して説明される。定義を明確にすれば、しかしながら、起動力と慣性力の概念はとても有用である。例えば、慣性力は起動力と大きさが等しく向きが反対であるので、次のように言える：“物体の運動は、起動力と慣性力がいつも力の釣り合い状態を保つように行われる”。この言い方は、物体が運動する有様を見事に写し出す。

（ハ）遠隔的な力と接触的な力

これまでに“作用力”とか“起動力”と呼んだ力は、二つに分類できる。「遠隔的な力」と「接触的な力」である。遠隔的な力は、物体どうしが空間で隔てられていても及ぼし合う力である。ニュートンが発見した「万有引力」は、その代表である（万有引力は、「重力」とも呼ばれる）。万有引力の法則によれば、重力の大きさは二つの物体の質量の積に比例し、物体間の距離の２乗に反比例する。接触的な力は、物体と物体とが接触したときだけに生じる力である。物体と物体が接触した状態から離れると、接触的な力は直ちに消滅する。私達が日常において感触するのは、この力である。物体どうしが接触する状況に応じて、接触的な力はいろいろな名で呼ばれる。圧力、抗力、摩擦力、衝撃力、粘着力などである。

当然のことであるが、物体が及ぼし合う力が遠隔的であろうと接触的であろうと、運動の三法則はそれに無関係に成立する。しかしながら、遠隔的な力と接触的な力の特徴は、力学モデルとして導入される連続体においては、力学的な挙動に大きな相違をもたらす。

（ニ）作用と反作用の同時性

運動の法則３によれば、力を作用した物体は作用した相手の物体から反作用の力を受ける。作用を与えた時刻と反作用を受けた時刻との間には、時間的な“ずれ”があるのだろうか。

“作用と反作用は同時に起き、両者には時間的なずれは無い”と仮定する。これが成り立つためには、一方の物体から他方の物体に瞬時に力が及ぼされ、時間的な遅れは無い、と考えれば良い。２つの物体の間の力の伝播は、物体間の距離に無関係に —遠隔的な力であろうと接触的な力であろうと— 瞬時に行われる。

（ホ）力の線形的な重ね合わせ

運動の法則２は、他の物体から力を受けた物体の運動の変化を述べている。だが、他の物体は一つであるとは限定していない。二つ以上の物体から同時に力の作用を受けたとき、物体の運動はどうなるであろうか？

《プリンキピア》で証明されているように、その物体は「合力」が作用した場合と同じように運動の変化を引き起こす。合力とは、着目する物体に複数の力が作用するとき、ベクトルの加法の規則に従ってそれらを次々に加算して得られる力のことである。運動の法則２では、この合力が起動力となって、物体の運動の変化を引き起こす。複数の力を加え合わせて一つの力と見なすことができることを、“力の線形的な重ね合わせ”と言う。力の線形的な重ね合わせの原理は、ニュートン力学の体系を支える重要な仮定の一つである。

一つの物体の周囲に二つ以上の複数の物体が存在するとき、着目する物体は －近くの物体からも遠くの物体からも－ 瞬時に伝播する複数の力を受ける。それらを線形的に重ね合わせて作られる合力が、起動力としてその時刻に物体に作用するのである。

（へ）運動の一義性と予測性

ニュートン力学の理論体系から、“物体の集まりから成る系が将来的に行う運動は、ただ一通りである”という結論が導かれる。これに加えて、“或る初めの時刻の諸物体の位置と速度を知れば、将来の運動は予測できる” という結論が得られる。

ニュートン力学が、“運動の一義性”と“運動の予測性”と呼ばれる性格を有することは、この力学の顕著な特徴である。力学がこの性格を持つ理由は、力学体系が運動の三法則を土台にして築かれており、三法則が運動の一義性と予測性を保障する内容を持つからである。

３．物体の集まりから成る系の力学

この章では、物体の集まりから成る系 ―以下では単に、“系”と呼ぶ― を考え、このような系の力学について述べる。ここで物体とは、第２章で運動の三法則に登場した“物体”のことである。系は、物体がそうであるように、いくつかの力学量を持つ。系と系は、物体と物体がそうであるように、作用を及ぼし合う。系が作用を受けたとき、系の持つ力学量はどのように変化するであろうか。この問題を明らかにするのが、本章の目的である。

３．１　系とその分類

ニュートン力学は、質量を持つ多数の物体が空間に存在し、諸物体は相互に力を作用しながら運動する世界を描く。全体の物体の集団を、いくつかのグループに分ける。それぞれのグループを、「系」と呼ぶ。各々の系は、一般に複数の物体の集まりで出来ている。ニュートン力学で考察する系は、“運動の三法則に従う物体の集まりで作られる系”である。

系に所属する物体の集まりを包み込む空間領域は、簡単のために、有限の広がりを持つものとしよう。物体は作用を及ぼし合うが、作用は同じ系の物体の間で行われるだけでなく、他の系の物体との間でも行われる。したがって、系と系は物体を通して相互に作用を及ぼす。

１）孤立系

私達が着目する系の外部には、一般に別の系が存在し、その系から力の作用を受ける。系に外部の系を付け加えて、両系を併せた“結合系”を作る。ところが、結合系もまたその外部に存在する他の系から力の作用を受ける。その外部の系を結合系に付け加えると、新たな結合系が出来る。このようにして、次々に大きな結合系が作り出される。この操作を続けてゆくと、やがて外側からは結合系に何も力が作用しないか、あるいは、作用が非常に弱いと見なせる状況に至るであろう。

外部から力の作用を受けない系のことを、力学的な「孤立系」と言う。孤立系または近似的な孤立系は、いつでも作ることが可能であろうか？私達は、これが可能であると認めることする。孤立系の概念は重要である。孤立系を考えると、系が持つ力学量を明瞭に理解できるからである。

２）部分系

一つの系は、いくつかの系に別けることができる。別けられた各々の系は、元の系の「部分系」である。部分系を集めると、元の系になる。上述の１）では、部分系を集めて孤立系を作り上げる過程を述べた。

部分系どうしは作用を及ぼし合う。相互に作用をするので、部分系が持つ力学量は孤立系の場合とは異なる変化をする。この問題は、後の節（３．３）で述べる。

３）系の選び方

物体の集団をどのように系として分類するか、その例を示してみよう。私達の住む地球には、多種多

様な物体が在る。地球から外に目を向けると、天空には数限りない星が在る。
地球から外に在る星は、太陽・太陽系の惑星とその外部にある星とに分けられる。太陽と太陽系の惑星は、外部の星から重力の作用を受けている。その重力はかなり弱いので、太陽系は近似的な孤立系である。孤立系を構成するのは、主に太陽と太陽系の８つの惑星で、これらは孤立系の部分系である。太陽と８つの惑星は、(非常に接近したり、衝突をしない限り) 遠隔的な力である重力を作用し合いながら、太陽系が存在する空間領域を運動する。
我が地球には、地表付近に多数の人間や動物が生息し、植物が繁茂し、池、湖、川、海などが在り、地表から上空に大気が広がる。地下には土壌、砂礫、岩石が在り、深いところには、高温・高圧状態の金属類が存在する。人工的な家屋、ビルディング、橋、ダムなどの構造物、様々な機械類、自動車、電車、飛行機、ロケットなどの乗り物が存在する。これら全てのものは、地球という系を構成する部分系である。地球が外部の星から受ける重力は弱いので、地球は全体として近似的な孤立系と考えることができる。しかし、上で列挙した地球を構成する系は、どれも地球の本体から強い重力を受けるので、大抵は各々を孤立系と見なすのは無理である。地球を構成する部分系は、地球の重力の作用、および、隣接する部分系から接触的な力の作用を受けながら運動する。
地球を構成する部分系の一つに注目すると、その部分系は、いくつかの小さな部分系に別けられる。例えば、自動車は数多くの部品で出来ており、個々の部品は自動車の部分系である。一つの部品は、さらに“思考上で” 自由に分割できる。思考上の操作なので、いくらでも小さく分割できる。分割された部分は、その部品の部分系である。自動車の一つの部品は、思考で生み出された微小な部分系の集まりで稠密に覆い尽くされる。この考え方は、池、湖、川、海、あるいは大気などの流体に適用される。地球の部分系である湖は、分割された湖水という微小な部分系の集まりで稠密に覆い尽くされる。連続体の力学では、このような思考操作で作られる微小な部分系の集団を考える。
このように、系の選び方はかなり自由である。質量を持つこの世のすべての物質を系として取り込み、系の集まりから成る力学の世界を作ることができる。忘れてはならないのは、力学で扱う系はどんなものでも、“運動の三法則に従う物体の集まりで作られている”としていることである。

３．２　系の力学量と系が受ける作用量

系は物体の集まりで出来ているので、系の力学量は、物体の力学量を積み上げて作られる。同様に、系と系の間の作用量は、物体と物体の間の作用量を積み上げて作られる。

1）物体の力学量と物体が受ける作用量

運動の三法則で述べられた物体は、質量を持ち、その運動は位置、速度、および運動量を用いて記述された。これらは、物体に関する力学量である。これらに加えて、新しく「角運動量」と「運動エネルギー」という力学量を導入する。角運動量は位置と運動量を組み合わせて作られ、また、運動エネルギーは質量と速度を組み合わせて作られる。
物体は他の物体から力の作用を受ける。力は物体に作用する作用量の一つである。これに加えて、新しく「力のモーメント」と「仕事率」を導入する。力のモーメントは位置と力を組み合わせて作られ、仕事率は速度と力を組み合わせて作られる。
運動の法則２は、運動量と作用力を関係づけたものである。すなわち、“物体の運動量の単位時間当たりの変化量は、物体に作用する力に等しい”（第２章、２．２）。この法則から、次の二つの関係が導かれる。“物体の角運動量の単位時間当たりの変化量は、物体に作用する力のモーメントに等しい”、および、“物体の運動エネルギーの単位時間間当たりの変化量は、物体に作用する仕事率に等しい”。物体の運動量、角運動量、および、運動エネルギーという力学量は、それぞれ、力、力のモーメント、および、仕事率という作用量を受けて変化する。力学量の変化と作用量の関係は、三者とも同じ形式で表現される。
角運動量は、空間の或る点の廻りの“回転運動”を表現するために導入された力学量であり、力のモーメントはその回転運動を変化させる作用量である。運動エネルギーは、力学の世界に“エネルギー“と

いう重要な概念をもたらした力学量の一つであり、仕事率はその運動エネルギーを変化させる作用量である。角運動量と力のモーメントはベクトル量であり、運動エネルギーと仕事率はスカラー量である。

２）系の力学量と系が受ける作用量 ―線形的な重ね合わせ―

系の力学量は、系の全ての物体の力学量を線形的に加算したものである。物体の力学量として、質量、運動量、角運動量、運動エネルギーを考えれば、それらを加算して、それぞれ、「系の質量」、「系の運動量」、「系の角運動量」、「系の運動エネルギー」を得る。系の質量と系の運動エネルギーは、スカラー量を加算して得るスカラー量である。系の運動量と系の角運動量は、ベクトルの加法の規則に従って、ベクトルを加算して得るベクトル量である。

系が受ける作用量は、着目する系の物体が他の系の物体から受ける作用量を、両系にまたがる物体のあらゆる組み合わせについて線形的に加算する。物体が受ける作用量として、力、力のモーメント、仕事率を考えれば、それらを加算して、それぞれ、「系が受ける力」、「系が受ける力のモーメント」、「系が受ける仕事率」を得る。系が受ける仕事率はスカラー量であり、系が受ける力と系が受ける力のモーメントはベクトル量である。

系の力学量と系が受ける作用量は、このようにして、系を構成する物体について、あるいは、系と系にまたがる物体間について、“線形的な重ね合わせの原理”を用いて定義された。この原理は、対象を物体から系に移しても、同様に成立する。複数の系から成る複合系の力学量は、複合系を構成する系の力学量を線形的に重ね合わせたものである。着目する系が受ける作用量は、他のあらゆる系から受ける作用量を線形的に加算したものである。

３．３　孤立系における力学量の保存則

孤立系は他から作用を受けないが、孤立系を作り上げている部分系は他の部分系から作用を受ける。そのため孤立系では、系の力学量は時間とともに変わらないで、一定の量に保たれる。すなわち、力学量の保存則がいくつか成立する。部分系は他の部分系から作用を受けるので、一般に系の力学量は時間とともに変化する。その問題は、次節（３．４）で述べる。

１）系の質量および運動量の保存則

系は孤立系なので、物体は系の外部へ流出したり、物体が外部から系に流入しない。物体の質量の総和である系の質量は、時間的に変化しないで一定の量に保たれる。すなわち、「系の質量の保存則」が成立する。

系は孤立系なので、外部から力の作用を受けない。系の運動量は時間的に変化しないで、一定の量に保たれる。これが正しいことは、運動の法則２と法則３を用いて確認できる。すなわち、「系の運動量の保存則」が成立する。

２）系の角運動量の保存則

系は孤立系なので、外部から力のモーメントの作用を受けない。そのため、系の角運動量は一定の量に保たれるものと予想される。運動の法則２と法則３を用いて調べると、系の角運動量が一定の量に保たれるには、力に対して次の条件が必要であることが判る。二つの物体が及ぼし合う力は、(運動の法則３が主張するように）大きさが等しく向きが反対であるだけでなく、さらに、互いに相手の物体の位置に向かう方向を持たなければならない。言い換えれば、物体と物体が及ぼし合う力は「中心力」である。物体間の力がこの条件を満たすとき、孤立系の角運動量は、時間とともに変化しないで一定の量に保たれる。すなわち、「系の角運動量の保存則」が成立する。

３）系の力学的エネルギーの保存則

系は孤立系なので、外部から力の作用を受けず、したがって、系が他から受ける仕事率はゼロである。ところが、系の物体間の相互作用のために、系の運動エネルギーは一定の量に止まらないで、時間とともに増えたり減ったりする。そこで、次のように考える。物体間の相互作用によって「系のポテンシャル・エネルギー」と呼ばれる量が生成する。系のポテンシャル・エネルギーは、系の運動のエネルギーが変化した量をちょうど打ち消す量に等しい量だけ生成するものとする。そうであれば、系の運動エネ

ルギーと系のポテンシャル・エネルギーの和である「系の力学的エネルギー」は、時間的に変わらない一定の量に保たれる。すなわち

（系の力学的エネルギー）＝（系の運動エネルギー）＋（系のポテンシャル・エネルギー）

として定義される系の力学的エネルギーは、孤立系では一定の量に保存される。すなわち、「系の力学的エネルギーの保存則」が成立する。

４）ポテンシャル・エネルギーと保存力

孤立系において、系の力学的エネルギー保存則が成立するためには、系はポテンシャル・エネルギーという力学量を持たねばならない。この力学量は、系を構成する物体の位置の配置が与えられれば、一通りに定まる量であると仮定する。系の物体がどんな速度で運動していようとも、その瞬間の物体の位置の配置だけで、系のポテンシャル・エネルギーは定まると考える訳である。このような系のポテンシャル・エネルギーが存在するためには、物体と物体とが及ぼし合う力に関して、「保存力」と言われる条件が必要である。

力の線形的な重ね合わせの原理（第２章、２．４の（ホ））によれば、諸物体の間の力は、２個の物体が及ぼし合う力を重ね合わせて作られる。２個の物体が“保存力”を及ぼし合っているとき、ポテンシャル・エネルギーは両物体の相対的な位置の関数として与えられる。

５）系の内部ポテンシャル・エネルギーと系と系の間のポテンシャル・エネルギー

“系のポテンシャル・エネルギー”は、系の内部に在るあらゆる二つの物体の間のポテンシャル・エネルギーを線形的に加算したものである。この量は、系自身が持つポテンシャル・エネルギーであり、「系の内部ポテンシャル・エネルギー」と呼ぶべきものである。上述したように、孤立系は系の運動エネルギーと系のポテンシャル・エネルギーを持つ。後者は、“系の内部ポテンシャル・エネルギー”である。

部分系は、内部に在る物体からだけでなく、他の系の物体からも“保存力”を受ける。系と系にまたがる物体間のポテンシャル・エネルギーを、あらゆる組み合わせについて線形的に加算する。こうして得られる量は、「系と系の間のポテンシャル・エネルギー」である。

３．４　部分系における力学量の変化

１）系の質量の保存則

部分系は、内部に物体の集団を包み込んでいる。部分系が他の部分系が接触したとき、両系の間で物体が交換されることがある。そのような場合を考察することもできるが、ここでは簡単のため、物体の交換は起こらない場合に話を限る。言い換えると、部分系はいつも同じ物体の集団を包み込んで運動する。すなわち、「部分系の質量の保存則」が成立する。

２）系の運動量の時間的な変化

系を構成する諸物体に運動の法則２と法則３を適用すれば、次の関係が導かれる：“部分系の運動量の単位時間当たりの変化量は、系が受ける作用力に等しい”。この関係は、物体に関する関係（３．２の１））において、“物体”を“系”に置き換えたものに等しい。さらに、部分系の作用力に関して、次のことが成立する：“二つの部分系が及ぼし合う作用力は、大きさが等しく向きが反対である“。これは、物体に関して述べた運動の法則３（作用・反作用の法則）と形式的に同じである。二つの関係を結び合わせると、次の結論が得られる：“二つの部分系は、同じ時間に等量の運動量を交換する”。

３）系の角運動量の時間的な変化

系の角運動量の変化と系が受ける力のモーメントに関して、次の関係が導かれる：“部分系の角運動量の単位時間当たりの変化量は、系が受ける力のモーメントに等しい”。この関係は、物体に関する関係（３．２の１））において、“物体”を“系”に置き換えたものに等しい。さらに、部分系の力のモーメントに関して、次のことが成立する：“二つの部分系が及ぼし合う力のモーメントは、大きさが等しく向きが反対である”。二つの関係を結び合わせると、次の結論が得られる：“二つの部分系は、同じ時間に等量の角運動量を交換する”。

4）系の力学的エネルギーの時間的な変化

系の力学的エネルギーの変化と系が受ける仕事率の間には、次の関係がある："部分系の力学的エネルギーの単位時間当たりの変化量は、系が受ける仕事率に等しい"。この関係は、物体に関する関係（３．２の１））において、"物体"を"系"に置き換え、さらに、"運動エネルギー"を"力学的エネルギー"に置き換えたものに等しい。

5）部分系の力学量と孤立系の力学量の関係

一つの部分系に着目すると、その系の周囲には他の部分系がいくつか存在する。他の部分系から作用を受けて、部分系の力学量は、上述のように時間的な変動をする。これらの部分系が集まって、孤立系を作る。孤立系の力学量と部分系の力学量の関係は、線形的な重ね合わせの原理（３．２の３））を用いれば、簡単に導くことができる。その結果

（孤立系の運動量）＝（部分系の運動量の和）、（孤立系の角運動量）＝（部分系の角運動量の和）

（孤立系の力学的エネルギー）＝（部分系の力学的エネルギーの和）

＋（部分系と部分系の間のポテンシャル・エネルギーの和）

という関係が見出される。右辺の"和"というのは、孤立系を構成するすべての部分系について加え合わせることである。

6）系と系の間の力学量の交換

部分系どうしは、力、力のモーメント、および、仕事率という作用量を及ぼし合う。二つの部分系が力を及ぼし合うと、上に見たように、系と系の間で同じ時間に等量の運動量が交換される。このため、部分系の間でどのように運動量が交換されようとも、部分系の運動量の総和である孤立系の運動量はいつも一定の量に保たれる。系の角運動量についても同様である。孤立系を構成する部分系どうしは、同じ時間に等量の角運動量を交換するので、部分系の角運動量の総和である孤立系の角運動量はいつも一定の量に保たれる。孤立系で運動量の保存則と角運動量の保存則が成立することを、このように部分系の間の力学量の交換に基づいて説明することもできる。

系のエネルギーについてはどうか？部分系どうしは、互いに相手の系に仕事をする。二つの系がなした仕事を加え合わせた量は、二つの部分系の力学的エネルギーの和がその間に増加した量（あるいは、減少した量）に等しく、かつ、二つの部分系が共有するポテンシャル・エネルギーがその間に減少した量（あるいは、増加した量）に等しい。作用の結果として、二つの部分系の力学的エネルギーの和に二つの部分系の間のポテンシャル・エネルギーを加えた量、すなわち、両系の力学的エネルギーは変化しないことが判る。このため、部分系の間でどのように仕事率を及ぼし合っても、部分系の力学的エネルギーの総和と部分系と部分系の間のポテンシャル・エネルギーの総和を加え合わせた量は、いつも一定の量に保たれる。このようにして、孤立系では力学的エネルギー保存則が成立する理由を説明することができる。

３．５　系の質量中心と系を代表する質点

系を構成する諸物体の空間的な配置から、"系の質量中心"という量が導入される。系の質量中心に位置する"系を代表する質点"という考えを用いると、系の力学的な挙動は大変に判かり易くなる。

1）系の質量中心

物体の集まりから成る系がある。「系の質量中心」とは、系を構成する各々の物体の位置ベクトルに質量の重みを付けて線形的に加算し、これを系の質量で除した量である。系の物体の質量と位置を与えれば、系の質量中心は、空間の点の位置として一義的に定まる。系の物体の集団が空間を移動すると、系の質量中心も時々刻々に空間を移動する。質量中心の位置の単位時間当たりの変化量（変位）を、「質量中心の速度」と言う。

2）系を代表する質点

系の質量中心の位置に、系の質量を集中させた質点（質量を持った点）を考える。この質点のことを、「系を代表する質点」と呼ぶことにする。系を代表する質点の質量、位置および速度は、それぞれ、系

の質量、系の質量中心の位置および速度に等しい。

系を代表する質点は、このように質量、位置、速度という力学量を持つ。また、この質点は次のような作用力を受けているとする。すなわち、系を構成する諸物体が他の系から受ける作用力を線形的に重ね合わせて合力を作り、この合力が系を代表する質点に集中して作用するとする。“系を代表する質点”は、“一つの物体”と同じようである。何故なら、１個の物体は質量、位置、速度という力学量を持ち、また、外部から作用力を受けているが、この事情は系を代表する質点も同じであるからである。物体の場合とおなじように、（３．２の１））、質量、位置、速度という力学量を組み合わせて、系を代表する質点の運動量、角運動量、および、運動エネルギーが作られる。同様に、位置、速度、作用力という力学量と作用量を組み合わせて、系を代表する質点が受ける力のモーメント、および、仕事率が作られる。

３）系を代表する質点の力学

空間に複数の部分系から成る孤立系があるとする。それぞれの部分系ごとに、系の諸物体を質量中心の位置に集め、部分系を代表する質点を作る。また、系の諸物体が受ける作用力を線形的に加算して、その合力を質点に作用させる。このような思考的な操作をすると、部分系の集団は質点の集団に置き換えられ、部分系と同じの数だけの質点が力を作用し合って運動する状況が描き出される。

簡単な考察から、これらの質点は第１章で述べた運動の三法則と同じ関係を満足することが示される。運動の三法則において“物体”と言われているものを、“系を代表する質点”と言い換えても、三つの法則は満足される。

このように、系の代わりに“系を代表する質点”を登場させれば、“系を代表する質点の力学“が出来る。質点だけで出来た世界が想定され、質点どうしは互いに力を作用し合う。質点に運動の三法則を適用して、質点の運動を解析する。理論的には、これだけで独立した簡明な力学の体系が作れる。これは“質点の力学”と呼ばれ、教科書では普通は力学の入門コースとして解説されている。

第１章で強調したように、ニュートン力学は、物体に関する運動の三法則を土台にして組み立てられる。物体の集まりから系が作られる。私達が日常で観察するのは、実はこの系の挙動である。系の挙動を調べると、系自身が直接に運動の三法則に従うのではないか、とも思われる。この予感には根拠があって、系の力学的な挙動を“系を代表する質点”に置き換えて見れば、それは正確に運動の三法則に従うのである。

４）系の内部力学量

系を代表する質点は、系の何を代表しているのだろうか？質点は空間の点なので、系の大きさ・形状の変化や並進・回転運動など、系に大きさがあるために生れる運動を表すことができない。系を代表する質点は、質量、運動量、角運動量、運動エネルギーという力学量を持つ。これに対して系は、系の質量、系の運動量、系の角運動量、系の力学的エネルギーという力学量を持つ。両者の力学量には、どんな関係があるのか？

系の質量は、系を代表する質点の質量に等しい。だが、これ以外では両者の対応する力学量は必ずしも等しくならない。ここで、次の等式が成立する：

（系の力学量）＝（系を代表する質点の力学量）＋（系の内部力学量）

上式の（系の内部力学量）とは、系の質量中心（系を代表する質点の位置）を原点に選び、系の質量中心とともに並進する座標系で計算した系の力学量である。並進座標系では、系の質量中心は静止している。系の内部力学量は、諸物体で構成される系の内部構造を反映した力学量である。

系の内部運動量はゼロになる。言い換えると、系の質量中心を原点に選んだ座標系では、系の諸物体の運動量の総和はゼロになる。上の等式から、系を代表する質点は系の運動量の全量を担って運動することが判る。すなわち

（系の内部運動量）＝０、　　（系の運動量）＝（系を代表する質点の運動量）

系の内部角運動量は、系の質量中心の廻りの諸物体の回転運動に伴う角運動量を表す。ゆえに、“系の自転角運動量”と言うことができる。系を代表する質点の角運動量は、静止した座標系の原点を廻る角運動量に相当するので、“軌道角運動量”と言うことができる。すなわち

（系の角運動量）＝（系を代表する質点の“軌道角運動量”）＋（系の内部の“自転角運動量”）

となる。

系の力学的エネルギーは、系の運動エネルギーと系のポテンシャル・エネルギーの和である。系の運動エネルギーについては

（系の運動エネルギー）＝（系を代表する質点の運動エネルギー）＋（系の内部運動エネルギー）

である。ゆえに

（系の力学的エネルギー）＝（系を代表する質点の運動エネルギー）＋（系の内部力学的エネルギー）

となる。ここに

（系の内部力学的エネルギー）＝（系の内部運動エネルギー）＋（系のポテンシャル・エネルギー）

である。

５）例１　－太陽系の惑星モデル－

例として、太陽と８つの惑星から成る太陽系の惑星モデルを取り上げる。太陽あるいは各々の惑星で、系を構成する諸物体を質量中心に集中させたとする。９個の"系を代表する質点"が出来る。これらの質点は、遠隔的な重力を作用し合いながら太陽系の空間を運動する。８個の惑星の質点の軌道は、それぞれの系の質量中心が描く惑星の公転運動の軌道に相当する。太陽は質量が惑星に比べて圧倒的に大きいので、太陽の質点は静止した座標原点の廻りに微小な軌道を描く。万有引力の法則を用いて計算した惑星の公転運動の軌道は、観測とかなり良く一致することが知られている。

太陽あるいは各々の惑星は、系を代表する質点が示した運動のほかに、系の内部構造を反映した運動をする。それぞれの系は固有の大きさと形状を有し、自転運動を行い、また、系の内部では諸物体が運動する。こうした運動から、系の自転の角運動量や系の内部力学的エネルギー（＝（系の内部運動エネルギー）＋（系のポテンシャル・エネルギー））という系の内部力学量が生じるのである。

６）例２　－連続体の微小な部分系－

私達は、物質界を"質量を持った物体の集まりで作られている"と捉えた。一方では、"空間で連続的に繋がった或る種の媒質で満たされている"と捉えることもできる。物質を後者の見方で捉えて、これを「連続体」と言う。

系を分類する例として、自動車の一つの部品とか、あるいは、地球表面に在る一つの湖を取り上げた (3.1)。それぞれは、内部が同じ種類の連続体から成る系と捉えることができる。思考において、連続体を次々に分割してゆくと、元の系は多数の微小な部分系で稠密に覆い尽くされる。水や空気などの流体を覆い尽くす微小な部分系のことを、流体力学では"流体粒子"と呼んだりする。これに習えば、連続体の微小な部分系のことを、一般に"連続体粒子"と呼ぶことができる。ニュートン力学で考察する系は、運動の三法則に従う物体の集まりで作られる系である。"連続体粒子"も多数の物体の集まりで構成される。

一つ一つの"連続体粒子"の質量中心の位置に、("連続体粒子"の質量と同じ質量の)"連続体粒子を代表する質点"を置く。連続体で満たされた系は、多数の"連続体粒子を代表する質点"の集まりで置き換えられる。連続体の内部における"連続体粒子を代表する質点の集まり"は、力学的にどのように振舞うか。この問題を明らかにすることが、"連続体の力学"の主要な役割である。この論文では、連続体力学に関する説明を割愛する。

３．６　空間・時間と相対運動

１）空間・時間と座標系

物体は空間に存在し、空間を運動する。ニュートン力学では、空間、物体の位置、あるいは、物体の運動をどのように捉えるのだろうか？

私達は周囲の諸物体とともに、或る空間に存在する。私達が物体を眺めるとき、明らかに周囲の静止した諸物体を基準にして、物体の位置や運動を見定める。物体が諸物体に対して同じ位置関係を保てば、その物体は静止していると言い、物体が時間の経過とともに諸物体に対して移動すると、その物体は運動していると言う。

物体の位置を数量的に表示するために、静止している諸物体に固定して「座標系」を設置する。「直交

座標系」では、静止した一つの基準となる点を座標系の原点とし、原点を通り三つの互いに直交する静止した座標軸を設ける。着目する物体の位置は、物体から三つの座標軸に下ろした垂線が座標軸と交わる点の位置で決められる。これは「座標成分」と言われ、三つの実数値なら成る。座標系を設定し、三つの実数値を与えると、それは物体の位置を示す量になる。

座標成分として三つの実数値を与えると、それは物体の位置を示す量であるとともに、空間における一つの静止点の位置を示す量でもある。あらゆる座標成分は、空間のあらゆる静止点を与える。こうして作り出された静止点の集合体は、一つの“空間”を形成する。空間の点が集合して、線、面、立体を形成する。これら図形の持つ性質は、ユークリッドの幾何学で定めた公理や定理に従うものとする。このような空間は「ユークリッド空間」と呼ばれ、ニュートン力学が仮定する空間である。“空間”をこのように定義すると、空間と座標系とは１対１に対応するものであることが判る。

一つの物体に着目すると、その位置は空間の一つの点の位置を占める。時間が経過すると、一般に物体の位置は空間の静止点を順々に辿りながら移動するであろう。物体の位置の変化と経過時間を組み合わせて、物体の速度と加速度が定義される。

物体の位置や運動は、選んだ座標系 —座標系が定める空間— に依存して定まる量であることに注意しなければならない。一方、座標系や空間をどのように選ぼうとも、それとは無関係に時間は一様に流れるものと考える。ニュートン力学では、時間は空間と完全に分離された独立なものと考える。

２）相対運動

相互に運動する二つの系が在る。一方の系を基準にして観察される物体の運動は、他方の系を基準にして観察される物体の運動とは、一般には異なっている。その理由は、物体の運動はそれを記述する座標系の選択に依存するからである。私達が或る物体や物体の集まりに着目したとき、その物体や物体の集まりが、本当に“静止している”とか、“運動している”、と言うことはできない。物体や物体の集まりの運動は、どのような系を基準に選んだか、という私達の選択に応じて決まる。運動はあくまで相対的なものであり、相対的にしか決められないものである。

一つの系を基準にするとは、その系の諸物体に設置した座標系を用いて運動を記述することである。基準として選んだ系では、座標系は「静止座標系」として扱う。この座標系を用いて他の系に設置された座標系を眺めると、一般に座標系の原点が時間とともに移動し、三つの座標軸は（三つの座標軸の間の直交関係を保ちながら）原点の廻りに回転する座標系となる。すなわち、「並進・回転座標系」として観測される。

静止座標系で物体の運動が知られているとき、その同じ運動が、並進・回転座標系ではどのように記述されるだろうか。これが判れば、一方の系を基準にして観察される物体の運動から、他方の系を基準にして観察される物体の運動を知ることができる。

一つの物体の運動に関する力学量は、位置、速度、および加速度である。これらの力学量について、静止座標系で記述した量から並進・回転座標系で記述した量に（あるいは、その逆に）変換する。数学では、これは“座標変換”として知られている操作である。座標変換を行うと、位置の変換式、速度の変換式、および、加速度の変換式を得る。これらの変換式は、静止座標系から見たときに並進・回転座標系が運動する情報 －原点の位置、原点の速度、原点の加速度、および、原点の回りの座標軸の回転の角速度と角加速度－ を含んだ式である。静止座標系（あるいは、並進・回転座標系）で記述した物体の位置、速度、加速度を与えると、変換式から、並進・回転座標系（あるいは、静止座標系）で記述した物体の位置、速度、加速度が計算できる。

３．７　慣性系と見かけの力

相互に運動する二つの系があるとき、一方の系を基準にして記述される物体の運動は、位置、速度、加速度の変換式を用いて、他方の系を基準にして記述される物体の運動に変換される。同じ物体の同じ運動が、二通りに表現される。二通りの運動の表現は、同じ現象を異なった姿で表わしたに過ぎず、両者の間に優劣はつけられない。

ところが、次の重要な問題がある。どちらの系を基準に選んでも、物体の力学量と物体が受ける作用量の間の関係は同じであろうか？力学量と作用量の関係は、運動の三法則に集約されている。そこで、この問題は次のように言い換えられる：どの系においても、運動の三法則は満足されるであろうか？

１）慣性系

系に設置した座標系で物体の運動を記述したとき、運動の三法則が満足される座標系のことを「慣性座標系」と言い、この系のことを「慣性系」と言う。また、慣性座標系に基づいて作られる空間のことを、「慣性系の空間」と言う。

運動の三法則はニュートン力学の基礎となる法則なので、ニュートン力学を成り立たせる前提として、慣性系、あるいは、慣性系の空間が存在することを認めなければならない。改めて振り返れば、第２章および第３章の ３．１～３．３ で説明した物体や系の運動は、すべて慣性系の空間における運動である。

２）加速度系と見かけの力

相互に運動する二つの系があり、一方の系が慣性系であるとする。慣性系である系を基準にして運動を記述する。慣性系に設置した座標系（慣性座標系）は、静止座標系として扱われる。他方の系の座標系は、一般に並進・回転座標系となる。この系は、慣性系の空間で加速度運動をする系なので、「加速度系」と呼ぶ。

慣性系では、運動の法則２が成立する。すなわち、“物体の質量と加速度の積は、物体が受ける作用力に等しい”。ここで言う加速度とは、慣性系に設置した静止座標系で計算した加速度のことである。力学量の変換式を用いて、物体の位置、速度、加速度を静止座標系から並進・回転座標系に変換する。

静止座標系における加速度は、並進・回転座標系における加速度に四つの加速度項を加えたものに等しい。加速度項の第一は、並進・回転座標系の原点の加速度の項である。第二は、並進・回転座標系の座標軸の回転の角速度を含む項である。第三は、並進・回転座標軸の回転の角加速度を含む項である。第四は、並進・回転座標軸の回転の角速度と物体の速度を含む項である。

加速度運動をする並進・回転座標系では、物体の質量と加速度の積は物体が受ける作用力に等しくはならない。そうではなくて、物体の質量と加速度の積は、作用力に四つの項を加えたものに等しくなる。四つの項とは、上述した四つの加速度の項と物体の質量の積に反対符号を付けた量である。これらの項は、いずれも“力”の次元を持つ。第一項は、座標系の原点の加速度運動に伴って生じる力で、向きは加速度の向きと反対である。第二項は、座標軸の回転の角速度に伴って生じる原点から遠ざかる向きの力で、「遠心力」と呼ばれる。第三項は、座標軸の回転の角加速度に伴って生じる力である。第四は、座標軸の回転の角速度と物体の速度に関係して生じる力で、「コリオリの力」と呼ばれる。これらの四つの項は、総称して「見かけの力」と呼ばれる。

加速度系では、物体には作用力だけでなく、これに“見かけの力”を加えたものが及ぼされる、と考える。そうすると、“物体の質量と加速度の積は、作用力と見かけの力の和に等しい”という関係を得る。この結論は、形式的には運動の法則２に一致する。このように、“見かけの力”を“作用力”と同じ力の仲間に加えれば、加速度系においても運動の法則２は満足される。

加速度系では、運動の法則１は満足されない。何故なら、系に属するどんな物体も、系の加速度運動に伴う見かけの力を受けるからである。他の物体から作用力を受けない孤立した物体でも、見かけの力を受けて加速され、運動状態を保持できなくなる。加速度系では、運動の法則３（作用・反作用の法則）も満足されない。何故なら、作用力にはそれを及ぼす他の物体が存在するが、見かけの力にはそれを及ぼす相手が存在せず、作用・反作用の関係が満足されないからである。

３）慣性系であるための条件

相互に運動する二つの系があり、一方の系は慣性系である。他方の系は、慣性系に対して等速度で並進運動をする。言い換えると、他方の系の座標系は、慣性空間において座標軸は回転しないで、原点が等速度で運動する。物体の位置、速度、加速度は、変換式を用いて、一方の系を基準にして記述した量から他方の系を基準にして記述する量に変換される。この変換は、「ガリレオ変換」として知られている。ガリレオ変換では、二つの系における物体の加速度は等しい。ゆえに、他方の系では見かけの力は生じず、運動の三法則が成立する。このことから、慣性系に対して等速度で並進する系があれば、その系も

慣性系である。互いに等速度で並進している慣性系は、どれも“慣性系”である。

選んだ系が、慣性系であれば都合が良い。だが実際に私達が選ぶ系は、必ずしもそうでない。系が慣性系であるための必要な条件は、外部から力の作用を受けない“孤立系”であることである。孤立系を構成する部分系は、慣性系にならない。何故なら、部分系は一般には他の部分系から力の作用を受け、作用を受けて系は加速度運動を行い、見かけの力が現れるからである。孤立系であっても、その系が回転運動をすると、その系は慣性系でなくなる。何故なら、回転運動をする系には、見かけの力が現れるからである。

4）見かけの力の例

見かけの力は、系が慣性系の空間で加速度運動すれば必ず現れる。したがって、見かけの力は日常的に観察できる。地球は“孤立系”で、質量が球対称に分布する“回転しない”静止した球であると考えよう。このような地球のモデルを採用すると、地球は“慣性系”になる。地球の質量中心を原点に選んで静止座標系を設置すると、この座標系は慣性座標系である。原点の位置を地球の表面に移して、地球表面に静止座標系を設置すると、これも慣性座標系になる。

地球の部分系が地球表面付近で加速度運動する例は、いくらでも考えることができる。水平方法に加速的に進む自転車、自動車、電車などの乗り物、あるいは、鉛直方向に加速的に進むエレベータ、飛行機、ロケットなどの乗り物などである。これらの地球の部分系が加速的な並進運動をすると、系を構成する諸物体には加速度と反対向きの“見かけの力”が生じる。さらに、空中に投げられた野球のボール、空中を飛行する鳥類などの部分系を考えれば、系を構成する諸物体には、系の加速的な並進運動に伴う見かけの力だけでなく、回転運動に伴う遠心力やコリオリの力といった“見かけの力”が生じる。

これらの例において、系の諸物体に及ぼされる力は、地球の重力、接触的な力、および、見かけの力である。地球の重力は、系がどこに移動しようとも、系の諸物体に（単位質量当たり）ほぼ同じ大きさと方向の力を及ぼす。見かけの力は、諸物体に満遍なく及ぼされるので、遠隔的な重力の作用と良く似た効果をもたらす。水平方向に加速的に進む乗物では、見かけの力は諸物体に水平な重力が生じたような効果をもたらす。鉛直方向に加速的に進む乗物では、見かけの力は諸物体に鉛直な重力が生じたような効果をもたらす。そのため、鉛直方向に加速的に進む乗り物では、見かけの力は地球重力を弱めたり、あるいは、強めたりするような効果をもたらす。

太陽と地球を含めた８つの惑星から成る太陽系の惑星モデルでは、太陽系は“孤立系”であり、太陽系の質量中心を原点とする静止座標系で作られる空間は、“慣性系”の空間であると考える。地球は太陽系を構成する一つの“部分系”になる。慣性系の空間では、地球はもはや静止した球体ではなく、太陽系の質量中心の周りを周期１年で周回し、地球の中心の周りを周期１日で自転する球体として描かれる。地球に固定した（地球の中心を原点とする）座標系は、慣性系の空間では並進・回転座標系になる。座標系の並進と回転の運動は、地球の公転と自転の運動に対応するものである。

地球の公転・自転運動は加速度運動なので、地球を構成する諸物体にはこれに伴う見かけの力が生じる。自転運動に伴う見かけの力は、“遠心力”と“コリオリの力”である。これらは、地球の重力の大きさに比べて非常に小さい。公転運動に伴う見かけの力は、さらにずっと小さい。太陽系の部分系である地球は、かなり良い“近似的な慣性系”であると言うことができる。

４．　結論

現在の物理学は、ニュートン力学、熱力学、電磁気学、量子力学、および、相対性理論という五つの学問体系に大別される。ニュートン力学は、歴史的に最も早く完成した物理学の体系であり、その後に誕生した物理学の基礎をなす学問として、特別な地位を占める。ニュートン力学を良く知ることは、他の四つの物理学を理解するためにも、是非とも必要であると思われる。

このような考えから、筆者はニュートン力学を体系的に把握し、それに簡潔で分かり易い説明を与えようとした。本論文で、どこまでその目的が達成できたのか分からない。ただ筆者が思うには、近年の教育では、ニュートン力学（これに限らないが）は余りにも細分化されて説明されている。力学を学習

した人は、力学を全体的に眺めるという視点を持てなくなる。これでは、力学を応用する工学だけでなく、農学、医学などでも、力学は役に立たない学問になる。
　ニュートン力学を体系的に把握し、諸概念を結び合わせて力学の全体像が作り出せれば、そして、私達が出会う現象とこの力学体系との間に自由な交際ができるなら、私達はニュートン力学が本当に理解できたと実感できるであろう。

引用文献

［1］岸　洋介、和瀬国臣　ニュートン力学の体系について、１頁〜３７頁、２００６年（未発表）.
［2］チャンドラセカールの「プリンキア」講義― 一般読者のために ―、Ｓ．チャンドラセカール著、中村誠太郎監訳、第２章、１７頁〜４１頁、講談社サイエンティフィク、１９９８年.