愛媛大学教育学部紀要　教育科学　第36巻　73～86　1990

高等学校における微積分教育の研究

石　川　廣　美
（数学教育研究室）
（平成元年９月26日受理）

はじめに

本研究の目的は，高等学校における微積分教育の問題点を歴史的反省の上に立って解明し，21世紀の高等学校における理論的実際的微積分教育の構築を志向して，そのための基礎的な研究をすることにある。

本研究では以下の章を立て，それにそって順次考察を進めていくことにしている。

第一章　中等教育への微積分導入の経緯
第二章　高等学校における微積分教育の変遷
第三章　高等学校における微積分教育の思想
第四章　個個の具体的な内容の指導に関する実践的考察
第五章　数列と漸化式の発展的統合的な扱い方
第六章　微積分領域における数学的用語と記号について

高等学校での数学は微積分に限るわけではないにもかかわらず，本研究が特に微積分を取り上げたのは，微積分は高等学校の数学の中の〝華〟であり〝大宗〟であるからである。そして，この微積分教育の中にこそ，高等学校における数学教育上の諸々の問題が集約されているように思われるからである。尚，高等学校の微積分教育には数列と級数の教育をも含めて論ずるのが妥当であると考えられるので，本研究ではそれらを併せて考察していくことにしている。

高等学校における微積分教育はおよそ半世紀にもおよぶ長い歴史をもっている。この長い歴史の意味は極めて重いことは承知しているのであるが，それでもなお，高等学校における微積分教育には幾多の問題があり，さらに前進する必要があると筆者は考えているのである。

本研究において，上記の目的が十分に達成できるという自信が，率直にいって，筆者にあるわけではない。しかし，およそ数学教育に関する研究は，これすべて実践のための研究であって，《高等学校における微積分教育の研究》もその例外ではない。本研究が，その将来の実践においていささかでも役立つならばもって瞑すべきであると筆者は考えている。

石 川 廣 美

高等学校における微積分教育の研究〔I〕

——第一章　中等教育への微積分導入の経緯——

本章では，我が国における中等教育への微積分の導入の経緯を
数学教育改造運動との関連に焦点をあてて考察する。

§1.　微積分導入の萌芽

17世紀の後半にニュートンとライプニッツによって創案された微積分は，近世独特の数学であり，変化の法則を数理的にとらえ処理するのに極めて有用なものであった。この微積分の概念を中等教育に導入すべきことを最初に提唱したのは，明治８年（1875）から明治12年まで我が国の工部大学校（東京大学工学部の前身）で教鞭をとったことのある，イギリス王立理科大学の教授J. ペリーであった。

すなわち，ペリーは1901年，グラスゴーにおけるイギリス学術協会の年会で講演し，当時の数学教育を痛烈に批判し，その上で概ね次のことを提唱したのであった。(1)

(1)　ユークリッドの形態から完全に脱すること

(2)　実験幾何立体幾何を重視すること

(3)　数学の実用を重んじ測定を重視すること

(4)　方眼紙を盛んに使用させること

(5)　微積分の概念をできるだけ早期に修得させること

このペリーの提唱に，アメリカではムーアがそしてドイツではクラインという大数学者が呼応し，このペリーの提唱は世にいう〝数学教育改造運動〟となって欧米各国に波及していった。そしてこの運動の中で，微積分の概念を早期に修得させること，すなわち微積分を中等教育に導入する動きが欧米の数学教育界にみられるようになったのであった。

このような動きはやがて我が国にも波及した。ドイツでの数学教育改造運動を見て取った文部省は，逸早く，大正４年（1915）および大正５年に『新主義数学』(2) の上巻，下巻をそれぞれ刊行したのであった。それは，我が国の中等教育における数学教授の参考に資するために，数学教育改造運動の精神を具体化して書かれ，微積分を大きく取り入れた，ベーレンドゼン・ゲッチング共著のドイツの中等学校（ギムナジューム）用教科書

Lehrbuch der Mathematik nach modernen Grundsätzen

（近代主義による数学教科書）

を，学習院の森外三郎に翻訳させて『新主義数学』の名の下に出版したものであった。

この『新主義数学』での微積分の内容や教育思想等は，我が国の中等教育への微積分導入のための，最初の本格的な資料となったものといえよう。

この『新主義数学』での微積分は，内容が充実しておりかつ応用に力点を置いたものとなっているのである。その様子は目次を掲げることによって明らかとなろう。

下巻　第四編　微分学及積分学

の目次は以下のようになっている。

しかもこの微積分は，図形的描写を重んじ経験的直観的に平易に教材化されているのである。微積分を中等教育の内容とするに当っては，その数学的厳密性がとりわけ問題となることは明白であろう。しかしながら，この『新主義数学』での微積分は，数学教育改造運動の精神に則って，数学的厳密性よりも学習者の経験・直観・心理を重んじ，豊かな応用を志向しているのである。因みに，あの自然対数の底の導入は次のようにされているのである。

今値 ν ヲ漸次増大セシメテ式 $\left(1+\dfrac{1}{\nu}\right)^{\nu}$ ガ如何ナル極限値ニ接近スルカヲ經驗的ニ吟味セントス

$\nu=10$ トスレバ $\left(1+\dfrac{1}{\nu}\right)^{\nu}=(1.1)^{10}=2.5935\cdots$

$\nu=100$　〃　〃 $=(1.01)^{100}=2.7047\cdots$（對數計算ニヨル）

$\nu=1000$　〃　〃 $=(1.001)^{1000}=2.717\cdots$（　〃　）

$\nu = 10000$ 〃 〃 $= (1.0001)^{10000} = 2.7181\cdots$ (〃)
$\nu = 100000$ 〃 〃 $= (1.00001)^{100000} = 2.7182\cdots$ (〃)
最後ノ對數計算ニハ十桁ノ對數表ヲ用ヰ，其前ノニハ八桁ノ對數表ヲ用ヰタリ

サレバ ν ノ増大スルニ從ウテ $\left(1+\frac{1}{\nu}\right)^{\nu}$ ハ一定ノ極限値ニ接近スルヲ見ル，即

$$\lim_{\nu \to \infty}\left(1+\frac{1}{\nu}\right)^{\nu} = 2.7182\cdots\cdots$$

此極限値ハ e ヲ以テ表ス。

この『新主義数学』は，当時においてはそれほど高く評価されなかったといわれているのであるが，しかし中学校の教師には相当な影響をおよぼし，種々の研究会において引きあいに出され参考にされたのであった。とりわけ微積分に関しては，今日でもなお新鮮さを失わない部分も多々あり，その後の我が国の微積分教育の原形をみる思いさえするのである。またこの『新主義数学』は文部省から出版されたということもあって，遅れていた我が国の改造運動を促し，従って中等教育への微積分の導入を促進することになったのであって，その意味でもこの『新主義数学』が刊行された意義は大きいといえよう。

かくして，大正7年（1918）に開かれた「全国師範学校中学校高等女学校数学科教員協議会」において，談話題としてではあるが「中等教育の中に微積分を加えてはどうか」という議題が，このような会合の席では初めてとりあげられたのであった。また大正13年には，数学教育改造運動に賛同した小倉金之助は『数学教育の根本問題』を著し，その中で「あの平易な微積分の概念こそ本当に人生に必要な数学の行くべき道を示している。国民の常識として近代文明の意味を理解するために必要である」(3) と述べて，中等教育への微積分の導入を強く主張したのであった。さらにこの頃，実施はされなかったが，文部省は中等学校の数学教授要目を改正しようと企図し，微積分の導入を可とする草案を作成していたことが知られている。

昭和に入ってからは，中等教育に微積分を導入するための具体的な動きが活発となり，そのための中等学校の現場からの試案なるものも発表されるようになった。例えば，昭和5年（1930）の『数学教育第二輯』には，東京高等師範学校附属中学校数学研究会による「中等学校ニ於テ微積分ノ初歩ヲ教授スル一案」(4) が発表されている。これは我が国での先導的な案であったと思われるので，その概要をみておくことにする。

まず第一に，この案は極めて控え目なものであった。そのことは項目を掲げるだけで一目瞭然であろう。この案での項目は次の通りである。

1．函數ノ變化率	5．速度，加速度
2．曲線ノ勾配	6．極大及ビ極小
(1) 與ヘラレタ點ニ於ケル曲線ノ勾配ヲ求メルコト	7．曲線形ノ面積
(2) 任意ノ點ニ於ケル曲線ノ勾配ヲ求メルコト	8．積分
3．誘導函數	9．廻轉體ノ體積
4．簡易ナ函數ノ誘導函數	10．加速度，速度，距離
(1) 常數ノ誘導函數	

(2) $ax+b$ ノ誘導函數
(3) ax^2+bx+c ノ誘導函數
(4) ax^3+bx^2+cx+d ノ誘導函數
(5) $\dfrac{a}{x}$ ノ誘導函數

第二に，この案は微積分を努めて直観的に平易に扱おうとしているのである。そのことをここでは上の項目の中の 3.誘導函数と 8.積分のところの記述振りによってみておくことにする。尚，積分に関する内容はここに掲げるものがそのすべてであって，従って定積分は取り上げられてはいないことに留意しておきたい。

3. 誘導函數

y ハ x ノ函數デ，例ヘバ，$y=3x^2-5$ デアルトスル。x ニ $\triangle x$ ダケ増分ヲ與ヘタトキ，y ガ $\triangle y$ ダケノ増分ヲ得タトスレバ

$$y+\triangle y = 3(x+\triangle x)^2-5$$

デアルカラ

$$\begin{aligned}\triangle y &= \{3(x+\triangle x)^2-5\}-\{3x^2-5\}\\ &= 6x\cdot\triangle x+3(\triangle x)^2\end{aligned}$$

故ニ

$$\frac{\triangle y}{\triangle x}=6x+3\triangle x$$

トナル。ソレデ $\triangle x$ ヲ限リナク零ニ接近セシメレバ，$\dfrac{\triangle y}{\triangle x}$ ノ値ト $6x$ トノ差ハ限リナク零ニ接近スル。即チ $\triangle x$ が限リナク零ニ接近スルトキノ $\dfrac{\triangle y}{\triangle x}$ ノ極限ハ $6x$ デアル。コノ $6x$ ノコトヲ $y=3x^2-5$ ノ誘導函數トイヒ，$\lim\limits_{\triangle x\to 0}\dfrac{\triangle y}{\triangle x}$ 或ハ $\dfrac{dy}{dx}$ ナル記號ヲ以テ表ハス。即チ

$$y=3x^2-5 \text{ ナルトキハ}$$

$$\lim_{\triangle x\to 0}\frac{\triangle y}{\triangle x}=\frac{dy}{dx}=6x$$

デアル。

與ヘラレタ函數ノ誘導函數ヲ求メルコトヲソノ函數ヲ微分スルトイヒ，コノ算法ヲ微分法トイフ。

8. 積分

前節ニ於テ取扱ツタ問題ハ，一ツノ函數ノ誘導函數ヲ與ヘテソノ函數ヲ求メルトイフ問題ニ歸スル。方程式ヲ以テ示セバ，コレハ

$$\frac{dU}{dx}=u$$

ノ u ガ與ヘラレテヰルトキニ，U ヲ求メヨトイフ問題ニナル。

コノ函數 U ノコトヲ x ニ關スル u ノ積分トイヒ，次ノヤウニ記サレル。

$$U=\int udx$$

前節ノ例ニツイテイヘバ，$U=Z=\frac{x^3}{3}+c$，$u=y=x^2$ デアル。故ニ上ノ記法ニ従ヘバ，

$$\int x^2dx=\frac{x^3}{3}+c$$

トナル。$\int$ ヲ積分記號トイフ。

或ハ $\frac{dU}{dx}=u$ ナルコトカラ，U ヲ求メルコトヲ微分方程式 $\frac{dU}{dx}=u$ ヲ解クトイフコトガアル。コノ述べ方ニ従ヘバ，$\frac{dZ}{dx}=x^2$ ヲ解ケバ，$Z=\frac{x^3}{3}+c$ トナル。

この東京高等師範学校附属中学校の案は，その冒頭で「中等学校ニ於テ微積分ノ初歩概念ヲ教授スルコトハ当然ノコトデアッテ，Perry ナドガ主張シタ改造案ノ一項目デサエアッタ」と述べ，数学教育改造運動を十分意識しているのであるが，これを先の『新主義数学』と比較すれば，著しく水準の低いものであるということになろう。しかし，これはすでに実践を試みているものであって，当時の諸般の状況を考慮すれば，これが実践可能な精一杯の案であったと考えられなくもない。

この頃はまた，我が国の中等教育に微積分を導入する際の参考に資するとして，中等教育に適当と思われる欧米の微積分の書物が相ついで訳されて紹介されていたのであった。東京高等師範学校附属中学校数学研究会編輯の『数学教育』や廣島高等師範学校附属中学校数学研究会編輯の『学校数学』には，松尾正夫，田中良運，鎌田芳雄等によって訳されたものがみられる。そこには，中等教育に微積分を導入しようとする先覚の熱意と努力がにじみ出ているように思えるのである。

さて，かの数学教育改造運動の根本精神は「教材および方法を近代化し，生徒の心理をつかみ，数学全体としてできるだけ有機的統一的なものを作り上げよう。そしていわば数学における理論と実践の統一を実行するために，数学の実用的方面における，論理的方面における，また生徒の心理的方面における〝数学教育の原則〟を作り上げよう」[(5)] ということであるが，この精神は，我が国では，当初から全面的な賛同が得られたものではなく，一部の人を除いては，この運動に冷淡だったといわれる。とりわけ「数学者等は，教育から遊離していることを特権とし，かような改造運動を白眼視していた」[(6)] のであった。微積分を中等教育に導入しようとする芽はそのような状況の中に出てきたのであった。

§2. 日本中等教育数学会の活動

大正8年（1919）には，現在の日本数学教育学会の前身である「日本中等教育数学会」が設立された。その目的は「中等教育における数学およびその教授法に関する事項を研究しその進歩改善をはかること」にあった。この日本中等教育数学会は錚錚たる会員を擁して，その目的達成の

ために活発な活動を行ったのであった。

日本中等教育数学会は毎年総会を開き，研究討議を行っていたのであるが，昭和15年（1940）の総会では，新しい試みとして題目中心の次のような八つの部会を設け，各部会ごとに研究討議が行われたのであった。

A．中等学校数学科再構成ニ関スル部会

B．軌跡教授ニ関スル部会

C．ぐらふ教授ニ関スル部会

D．作図教授ニ関スル部会

E．計算能力増進法ニ関スル部会

F．微積分導入ニ関スル部会

G．高等専門学校ニ於ケル数学科ト他学科トノ連絡ニ関スル部会

H．高等専門学校入試問題ニ関スル懇談会

我々は，この中の

微積分導入ニ関スル部会

ではどのような研究討議がなされたかをみておこう。この部会の模様について半田正吉は次のように報告している。

中等學校微積分導入ニ關スル部會　　　　半　田　正　吉

中等學校ニ微積ヲ導入スル部會デアリマシタガ出席者モ200名内外アリ，文部省ノ圖書監修官前田隆一氏モ出席セラレ，熱意ノアフレタオ話ヲサレ，緊張シタ活潑ナ議論ガ2時間半續ケラレマシタ。

主トシテ中學ヲ目標ニオキ，微積ヲ導入スル目的ガドノ邊ニアルカ，ソノ態度ハ如何ニスルカ。又内容方法ニツキ熱心ナ發表ガアリマシタ。深刻ナ教育觀カラ導入シナクテハナラナイト云フ話ガアリ，又中學デ相當ナ所迄ヤツテ，色々ナ懸念ガ杞憂ニスギナカツタト云フ實驗上ノオ話モアリマシタ。又師範，工業デハ既ニ教ヘテ經驗サレテヰル事ヲ發表サレテ，中學デ微積ヲ導入スルコトノ參考材料モ提供サレマシタ。

現在ハ日本ノ數學ガ小學中學高校以上デモ再構成サレナクテハナラヌ事ニナリ，微積ノ導入モ愼重審議ヲ要スルノデアリマスガ，餘リ漫々的デハ困リマスカラ，ヤハリA部會ノ如ク有志ノ者ガ圖リ，實際理論的ニウラヅケラレタ案ヲ集メナクテハナラヌト云フ事ニナリマシタ。(7)

これによって，中等教育に微積分を導入することについての，当時のおおよその状況は知ることができるのである。

ところで，この年昭和15年には，日本中等教育数学会の中に「数学教育再構成研究会」が誕生したのであった。この背景には，この年に数学教育改造運動の影響が顕著に現れている緑表紙教科書『小学算術』が出揃い，従って中等学校の数学教育はこれを受けて再構成しなければならなくなったということがあったのである。

この数学教育再構成研究会は東部，中部および西部の三つに分かれて研究活動を行った。そして東部では東京文理科大学の杉村欣次郎，中部では大阪大学の清水辰次郎，西部では廣島高等師範学校の戸田清が中心となり，次の項目について研究しその結果は文部省に建議されたのであった。

(1) 数学教育ノ基礎的理論的研究

(2) 具体的ナ改善案ノ作成

その研究の経緯や成果は，『日本中等教育数学会雑誌』に報告されている。[8] それによれば東部，中部，西部の各研究会共に，相当に苦心を重ねて研究された様子がうかがえるのである。以下では各報告の中から，微積分に関する部分に焦点をあててみていくことにする。

まず東部研究会の案からみてみよう。東部案の一つとして丸山俊朗が報告しているものは次のようなものである。

(1) 微積分略案
  1．求積
    三角形・抛物線・角錐・圓錐・球等ノ求積
    等速・等加速運動
  2．數列ノ極限
    等比級數　無限等比級數　數列
  3．微分ト積分
    面積ノ變化　切線ノ求メ方
    $y = x^n$ ノ微分積分
    等速・等加速運動
    ぐらふニヨル微分積分法
    三角函數 (sine, cosine) ノ微分積分
    多項式ノ微分積分　極大極小
    e ノ導入　自然對數
  4．簡單ナ微分方程式
(2) 微積分細案ニ對スル構想
  1．變化ニ基ヅク現象ノ考察
    (i) 動力學的現象　慣性法則
    (ii) 電磁現象
    (iii) 人口
  2．變化ノ標識
    (i) ぐらふニヨツテ切線ニ着目
    (ii) 切線ノ求メ方
    (iii) 變化率
  3．變化率ニヨル概念構成
    力學　求積
  4．變化率ニヨツテ現象ヲ記述スルコト
    (i) 落下運動　(ii) 航續時間
    (iii) 振動（微分方程式ノ解法）
(3) 代數（微積分ヲモ含ム）略案
  1．正ノ數，負ノ數
  2．一次函數
  3．二次函數
  4．對數　對數目盛　函數ノ變化　等
  5．三角函數　週期函數
  6．極限値
(4) 微積分ハ次ノ程度ノ問題ガ解ケルヤウニシタイ。

$$k\frac{dv}{dt} = -g + cv^m \ (m = 1, 2)$$

ノ解法ニ關スルモノ。
實例ハ落下傘，雨滴ノ運動等ニ求メラレル。
(5) 微積分ノ取扱方
  1．極限ノ考ヘ方ニヨリ把握出來ル現象
  2．微係數ニヨッテ把握出來ル現象
  3．積分ニヨッテ把握出來ル現象
  4．簡單ナ微分方程式ニヨッテ把握出來ル現象
以上ヲ處理スルコトニヨリ系統ヅケルコト。

実は丸山はこの報告の中で，先の研究項目の(1)，すなわち数学教育の基礎的理論的研究についての成果は得られなかったことを率直に告白し，次のように述べているのである。

本委員會ノ目的ハ，一方ニ於テ原理的ナ研究ヲ行ヒツツ，他方ニ於テ再構成ヲ具體化スルコトデアッタ。即チ，原理的ナ基礎付ケヲモツ具體案ノ作成ガ終局ノ目的デアッタノデアル。具體案ヲ有セザル原理論ハ抽象論ニスギナイ。原理的ナ考察ヲ欠イタ具體案ハ根據ガナイカラ我々ノ満足ニ値シナイ。従ッテ小委員会ノ意圖ハマコトニモットモナコトデアッタ。然シナガ

ラコノ仕事ハ現實ニ於テ非常ナ困難ニ遭遇セザルヲ得ナイノデアル。何トナラバ原理的ナ基礎付ケハ未ダ殆ド着手サレナイ事業デアル。カカル問題ヲコノ小委員會が解決シ得ルト考ヘルナラバ，ソレハ問題ヲ見クビル者デアル。原理的ナ研究ハ決シテ會議ニヨッテ進メルコトハ出来ナイ。ムシロ優レタ個人ニヨッテ遂行サレネバナラヌ。

従ってこの案は，いわば理念なき具体案ということもできよう。これをみると，我が国の改造運動はドイツのそれを「教材論的水準ではある程度模倣できたが，その根底にある教育思想にまで立入って検討することは，わが国の数学教育の指導者には，及びもつかないことであったかも知れない」[9] という平林一栄の指摘を思い起こさずにはいられないのである。

東部案としてはこの他に佐藤良一郎の報告したものがある。佐藤の報告の方は数学教育再構成についての思想をかなりの長文で述べている。その要旨は，生徒を具体的な事物現象に直面させそこから知識を得させること，得られた知識を生活の実践（実際的生活実践および知的実践）に利用できるようにすることというのである。このような思想に基づいて，佐藤の案には要項・項目それに素材例という欄が設けられている。この案の微積分の部分は次の通りである。

學年	要項	項目	素材例
第三學年	級數	(イ) 數列ト級數　等差級數　等比級數　$\sum n^2$ 級數ノ圖表示　$\sum$ノ用法 (ロ) 無限等比級數　極限	複利　積立金　年賦金 現價
第四學年	函數ノ變化率　求積	(イ) 曲線ノ平滑化　移動平均 (ロ) 平均變化率　變化率　相對變化率 割線　切線　曲線ノ平均勾配及ビ勾配 曲率（圖上デ近似的ニ） $\Delta y \fallingdotseq f(x)\Delta x$ (ハ) 速度　加速度 (ニ) 函數値ノ變化　上昇下降　極大極小　凹凸 (ホ) 面積　體積　仕事　運動等 (ヘ) 近似積分法　等高線ニヨル體積	氣温　身長　體重 繁殖　人口　物價 落體　彈道 水壓 流量 土積

次に中部研究会の案をみてみよう。中部の場合もいくつかの案が報告されているが，いずれも理論的な面の研究は不十分であることを述べた上での報告となっている。ここでは

阪大数学教育研究会第二回試案

として報告されているものについてみておきたい。この案の微積分の部分は以下のようになっている。

第十四章　等差級數，等比級數

1. 單利複利　公式，ぐらふニヨル比較，複利表ノ利用
2. 等差級數　一般項及ビ和ノ公式
3. 等比級數　一般項及ビ和ノ公式
4. 定期積立　單利ニヨル積立，複利ニヨル積立，豫定積立，年賦償還等

5. 保　　險　死亡數，死亡率，生命表，生命保險料

第十七章　變　　化　　率

1. 勾配，速サ　極限ノ考ヘデ割線ヨリ切線ヲ出ス，圖的説明，計算ニヨル説明，極限ノ説明
2. 變化量　Δy，Δx ノ考ヘヲ入レル。
   Δv^2 等ノ省略，函數ノ増減
3. 一次函數ノ變化率　$y = ax + b$, $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = a$
4. 平均變化率　平均變化率ヨリ微分マデ
5. 整式ノ微分　$D(u+v) = Du + Dv$
   $D(cu) = c \cdot Du$, $Dx^n = nx^{n-1}$
6. 最大最小　$f'(x) = 0$ ヲ解ク方法
7. 三角函數ノ微分　$\sin x$，$\cos x$ ノ和ノ公式
   $\dfrac{\sin \Delta x}{\Delta x}$ ノ極限，$\sin x$，$\cos x$ ノ微分
8. 自然對數　e, e^x ノ微分，$\log x$ ノ微分
9. 應　用　微分ノ應用

第十八章　積　　　分

1. 無限級數　無限級數ノ和，實例
2. 區分求積法ト極限　拋物線及ビ圓ノ求積，π ノ計算，圓錐及ビ球ノ求積
3. 積　分　面積ノ區分求積ノ極限トシテ出ス
4. 積分ト微分　積分ハ微分ノ逆，不定積分
5. 應　用　物理的問題，微分方程式，體積

最後に西部研究会の案についてみてみよう。これは戸田清が報告している。その中で戸田はまず次のように，微積分の言語的意義を強調している。

微積分學的教材ハソノ言語的意義ガ主體デアルト考ヘタ。にゅーとんハコノ言語ヲ得テ初メテ彼ノ力學的思惟ヲ前人未到ノ境地ニ迄進メルコトガ出來タ。ソノ他微積分ノ微積分トシテノ價値ハソノ言語的性格ニアル。然リトスレバ或ル程度ノ使用ヲ考ヘナイ譯ニ行カナイ。程度ヲ如何ニスベキカハ研究問題トナルガ，計算（コレハ思惟ヲ進メル一ツノ方法デアル）ニモ幾分カハ觸レルベキデアラウ。

このように述べた上で，戸田は次のような微積分案を提出している。

第　三　學　年

第八章　數列ノ觀察トソノ處理

1. 色々ナ數刑　圖示セラレタ數列
2. 數列ノ規則性發見（ソノママデ，圖示シテ）(調和級數，$\sum n^2$，ふいぼなつち級數等)
3. 等差級數　和ノ公式
4. 等比級數　和ノ公式

5. 無限等比級數　和

第　四　學　年

第十章　變化ノ研究

1. 直線運動　速サ,等速運動ノ圖示ト讀圖,不等速運動ノ圖示ト讀圖，平均ノ速サ，瞬間ノ速サ
2. 圖的微分法　變化率，勾配，$\sin x$，$\cos x$ ノ微分
3. 微分法　増分，微分，$\dfrac{dy}{dx}$ ノ導入

$$\left.\begin{array}{l} y = ax^3 + bx^2 + cx + d + \dfrac{k}{x} \text{ ノ微分} \\ \dfrac{daf}{dx} = a\dfrac{df}{dx},\quad \dfrac{d(f \pm g)}{dx} = \dfrac{df}{dx} \pm \dfrac{dg}{dx} \\ \dfrac{dx^n}{dx} = nx^{n-1} \end{array}\right\}$$

(具體例若干カラ歸納サセル)

4. 函數ノ變化　增減ト極大・極小
5. 加速度
6. $\dfrac{dy}{dx} = f(x)$ ヲ解ク $\dfrac{dv}{dt} = g$，$v = \dfrac{ds}{dt}$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

7. 測定誤差，變數ノ小變化トソノ影響 $\left(\pi r^2 \to 2\pi r,\ \dfrac{4}{3}\pi r^3 \to 4\pi r^2\right)$ 面積函數ノ小變化

第　五　學　年

第十一章　積　　分

1. 定積分($\sum n$，$\sum n^2$ ノ利用)，$\dfrac{1}{2}\int r^2 d\theta$ デ圓ノ面積・正射影ノ面積・楕圓ノ面積
2. 微分法ト積分法トノ關係　抛物線ノ面積
3. 體積　回轉體，角錐
4. 數値積分法，抛物線法(しんぷそん法則)等高線利用ニヨル體積ノ計算

以上の通り，東部，中部それに西部の三つの微積分案をみてきたのであるが，これらはいずれも，教材論的水準では，その出来栄えを評価することもできよう。しかしながら，報告書が率直に述べているように，微積分教育についての理念・思想といった面については十分な研究ができていないという評価は否めないことと思われる。

これらの各報告の中では「中等数学教育ノ目標ハ皇国ノ道ニ則リ……」とか「大政ヲ翼賛シ奉ル皇国民ヲ養成スルタメニ，吾々の教育ガ向クベキ方向ハ……」,「高度国防国家ノ建設ニ役立ツヤウナ教育ヲシナケレバナラナイ」,「日本原理コソ吾々ノ再構成原理デアル」等々の言葉が随所にみられるのである。これがまさに，中等教育に微積分を導入する前夜の，数学教育を取り巻く社会状況の反映だったのである。

§3.　中等教育への微積分の導入

かの『小学算術』の完成と日本中等教育数学会の建議，そして当時の社会情勢を受けて，昭和17年（1942）には中学校の数学教授要目が他教科に先だって改正されただちに実施されることとなった。これによって中学校の教授要目は，漸くあの数学教育改造運動の精神に則った進歩的なものとなったのである。この新要目の特徴は小倉金之助等の次の言葉に尽きるであろう。

この新要目は，思いきった大胆な進歩的方針がとられている。それは，教育の一切を皇国の

道の修練に帰するという観点からつくられたのであるが，内容そのものにおいては，これまで行おうとして行いきれなかったような，欧米の数学教育改造案を直接摂取したところのものである。すなわち算術・代数・幾何・三角法などの分科的な孤立隔離を撤廃して，新しく解析幾何・微積分・画法幾何・統計法・力学などのような基本的な——，それは近代の科学技術を会得するための武器としても——最も価値のある事項が，総合一体となって数学科を構成する，という方針で進められている。[10]

小倉等がこのように評価するのは，解析幾何や微積分等々の近代の科学技術を会得するために価値のある事項が導入されたという教材的内容面でのことも然る事ながら，そのような事項を頑なに学問的分科的孤立隔離的に扱うのではなく、実際的人間的で融合的かつ統一的に，すなわち〈総合一体〉となって扱うことにしたというところにあると思われる。固より，これが数学教育改造運動の思想であったのであるが，そのことが自覚され摂取されているというところに，この新要目の大きな意義があるのである。

このような思想に基づいた新しい教授要目によって，我が国の中等教育の中に初めて微積分が導入されることになったのであって，このことは特筆すべきことであろう。しかしながら，この新要目での微積分の内容そのものは，先に日本中等教育数学会が発表した東部・中部・西部のどの案よりも後退したものであった。すなわち，その内容は次のようなものであって，積分に関するものはほとんどなく，微積分が導入されたというよりも，正確には微分のごく初歩の部分が導入されたというべきであろう。

第 四 學 年

自然數ト級數

自然數ノ簡單ナル性質ヲ考察セシメ級數ニ及ブ。

自然數ノ性質　　級　數

系列ノ觀察處理

一定ノ法則ニ從ヒテ無限ニ生成スル數及圖形ノ考察ヲ行ヒ，極限ノ觀念ヲ導ク。

數　列　圖形ノ系列　　區分求積法

連續的變化ノ考察處理

連續的變化ヲ中心トシテ極限ノ考察處理ヲ行ハシム。

近似値　　極　限　　切　線

第 五 學 年

函數ノ變化

極限ノ觀念ニヨリ函數ノ變化ヲ考察シ，ソノ應用ヲ圖ル。

函數ノ變化

極大　極小

数学教育改造運動は，学問や科学技術の進歩に対する中等教育の内容の遅れを取り戻す運動とも解することができる。その意味では，この新要目の微積分の内容は満足できるものとはいえないように思われる。

また，この昭和17年には，明治44年（1911）以来，ほとんど改正されることのなかった高等女学校の数学教授要目も極めて進歩的なものに改正され，ここにも中学校とほぼ同じように，区分求積法や微分の初歩が導入されたことは，これまた特筆されるべきことであろう。修業年限五個年の高等女学校では，微積分が第四学年および第五学年に次のように導入されている。

第　四　學　年

自然數ト級數

自然數ノ簡單ナル性質ヲ考察セシメ，級數ニ及ブ。

自然數ノ性質　　　　級　數

系列ノ觀察處理

一定ノ法則ニ從ヒテ無限ニ生成スル數及圖形ノ考察ヲ行ヒ極限ノ觀念ヲ導ク。

數　列　　　　圖形ノ系列

區分求積法

第　五　學　年

連續的變化ノ考察處理

連續的變化ヲ中心トシテ極限ノ考察處理ヲ爲サシム。

近似値　　　　極　限

函數ノ變化

尚，昭和18年（1943）には教授要目が改正され

中学校・高等女学校理数科数学教授要目

が出ているのであるが，微積分に関しては取り立てて考察するほどのこともないので，ここでは記述を省略する。

このようにして，我が国の中等教育に微積分が導入されることになったのであるが，ここでその誘因となった社会的背景についても一言しておかなければならない。実はこの時期に微積分が導入されることになった背景には，重工業の発展期を迎えたということも勿論あるが，看過してならないことは，第二次世界大戦が勃発し，そのために大量の科学技術者を養成することが必要になったというそのことである。微積分の中等教育への導入の背景には，あの第二次世界大戦があったことは否めない事実なのである。

それにしても，文明の流れを一顧ともせず，ユークリッド流の幾何と代数と三角法とに固執して超然とさえしていた我が国の中等数学教育の殼が打ち破られて，ここに漸く微積分という近代数学が導入されることになったのであった。

それは，あのペリーの提唱以来実に41年後のことであった。

参考文献

(1) ペリー，ムーア：鍋島信太郎訳；『数学教育論』，岩波書店，1936
(2) ベーレンドゼン，ゲッチング：森外三郎訳；『新主義数学』（上巻・下巻）国定教科書共同販売所，1915，1916（尚，この下巻は国立国会図書館所蔵のものである）
(3) 小倉金之助；『数学教育の根本問題』，イデア書院，1924，p. 207
(4) 東京高等師範学校附属中学校数学研究会編緝；『数学教育第二緝』，目黒書店，1930，pp. 117～142
(5) 小倉金之助，鍋島信太郎；『現代数学教育史』，大日本図書，1947，p. 113
(6) 同上書(5)，p. 367
(7) 日本中等教育数学会；『日本中等教育数学会雑誌』，第二十二巻第五号　1940，p. 239

(8) 同上書，第二十三巻第六号，1941
(9) 平林一栄：『数学教育の活動主義的展開』，東洋館出版，1987，p. 49
(10) 前掲書(5)，p. 410