愛媛大学教育学部紀要　教育科学　第37巻 115～140 1991

高等学校における微積分教育の研究〔II〕

―― 第二章　高等学校における微積分教育の変遷 ――

石　川　廣　美
（数学教育研究室）

（平成2年10月11日受理）

前章でみたように，我が国の中等学校での微積分教育は昭和17年（1942）に始まったのであった。以来およそ50年，微積分教育は旧制の中学校および高等女学校から新制の高等学校に引き継がれて脈々と続けられてきている。

この半世紀はまさに激動の時代であり，それを反映して，数学教育の世界にも様々な思想が出没したのであった。その思想を学制改革以降についてごく大ざっぱにいえば，学制改革当時の昭和20年代は生活単元学習に風靡した時代，昭和30年代は科学技術教育の振興が叫ばれて数学が著しく強化された時代，昭和40年代から50年代にかけては現代化の嵐が吹いた時代，昭和50年代の後半は現代化に対する反動の時代，そして今日はコンピューターを志向する時代といえなくもないであろう。

当然のことながら，このような数学教育思潮にそって，高等学校における微積分教育は内容的にも理念的にも変わっていったのであった。本章では，この激動の半世紀における我が国の中等学校での微積分教育の変遷ぶりを，学制改革以降の新制高等学校についてみていくことにする。また，海外での近年の動向についても若干の考察を行うことにする。

尚，本章での考察は，高等学校学習指導要領に準じ，右のように，微積分が相当に取り扱われた科目名による時代区分で四つに括って行うことにし，海外での微積分教育の近年の動向については，その後で考察することにする。

時　代　区　分	学習指導要領告示年
解析II　の時代	昭和22年 昭和26年
数学II（A，B） 数学III 応用数学　の時代	昭和31年 昭和35年 昭和45年
数学II 基礎解析 微分・積分　の時代	昭和53年
数学II 数学III　の時代	平成元年

※　学習指導要領が文部省告示の形式をとったのは昭和35年のもの以降である。

§1．解析II　の時代

新制の高等学校は昭和23年（1948）に発足した。この新制高等学校での数学の科目編成は，旧制の中学校での類型を解体して，解析と幾何とを中核とする領域別編成，すなわち

解析I　　解析II　　幾何

の三つの科目によって編成し，（後に，昭和24年から『一般数学』が加えられ合計4科目とな

る）そのうちの１科目を必修としたのであった。

ところで，小学校および中学校については昭和22年（1947）に学習指導要領（試案）が出ているのであるが，高等学校については本格的な学習指導要領はなく，数学科の科目を『解析Ｉ』，『解析Ⅱ』，『幾何』とするという通達が出ているだけであって，その内容については明らかではない。そこで『解析Ⅱ』の中で扱われた微積分の内容は，これを当時の文部省検定済教科書

数学　解析編（Ⅱ）(1)

によって少し詳細にみてみることにする。

この教科書は全部で六章からなり，そのうち第一章は「個数」，第六章は「統計と確率」にあてられている。そして微積分に関する内容を目次によってみてみると以下のようになっている。

第二章　数列・極限
§1．等差数列
§2．簡単な雑数列
§3．等比数列
§4．無限数列の極限
§5．無限等比級数
§6．極限
§7．区分求積法(1)
§8．区分求積法(2)
§9．無限小数
雑題

第三章　函数の変化と極限
§1．速さ
§2．微係数
§3．導函数
§4．微分法(1)
§5．微分法(2)
§6．函数の微小変化
§7．函数の増減と極大・極小
§8．道程
§9．定積分
§10．定積分と微分
§11．不定積分
§12．定積分と不定積分
§13．三角函数の導函数
§14．対数函数・指数函数
雑題

第四章　微分とその應用
§1．函数の函数の導函数
§2．種々の微分法
§3．高次導函数
§4．近似式
§5．誤差(1)
§6．誤差(2)
§7．方程式の近似解法
§8．平面運動
雑題

第五章　積分とその應用
§1．積分に関する諸定理
§2．置換積分法
§3．簡単な図形の求積
§4．面積及び体積の近似計算
§5．重心
§6．微分方程式
雑題

この『解析Ⅱ』での微積分の程度は，前章でみた旧制の中学校および高等女学校でのそれよりも遥かに高いことは，上の目次によって一目瞭然であろう。しかもその程度は，それ以降今日までの高等学校での，どの時代の微積分に比しても決して見劣りするものではないことも明らかであろう。新制の高等学校が誕生した当初において，このように程度の高い微積分教育が行われたことは注目すべきことといえよう。

この教科書の中身をもう少し具体的にみてみよう。

(1)　数学的帰納法が取り上げられている。

(2) 有理関数，無理関数はもとより，指数関数，対数関数，三角関数，それに逆三角関数の範囲で微積分が取り扱われている。特に逆三角関数の微積分が取り上げられていることに留意しておきたい。

(3) 第n次導関数まで取り扱われている。従って，例えば，第2次導関数を用いて曲線の凹凸を調べることも取り上げられている。

(4) 関数の和・差・積・商および合成関数，逆関数の導関数を求める公式が取り扱われている。対数微分法も扱われている。

(5) マクローリン展開が取り扱われている。これは

> e^x，$\sin x$，$\cos x$ はあらゆる x の値に対して，$(1+x)^m$（m は任意の実数），$\log(1+x)$ は絶対値が1よりも小さい x の値に対して，いずれも
>
> $$f(x)=c_0+c_1x+c_2x^2+\cdots\cdots\cdots\cdots$$
>
> の形の無限級数に書かれることが証明されている。

というような平易な扱い方ではあるが，これに基づいて以下の展開が取り上げられている。

$$e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\cdots\cdots$$

$$\cos x=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\cdots\cdots$$

$$\sin x=\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\cdots\cdots$$

$$\log(1+x)=\frac{x}{1}-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\cdots\cdots \qquad |x|<1$$

$$(1+x)^m=1+mx+\frac{m(m-1)}{2!}x^2+\frac{m(m-1)(m-2)}{3!}x^3+\cdots\cdots \qquad |x|<1,\ (m\ \text{は実数})$$

(6) 区分求積法が大きく取り扱われている。また，定積分の定義は，いわゆる和の極限として

$$\int_a^b f(x)dx=\lim_{\Delta x\to 0}\sum_a^b f(x)\,\Delta x$$

の形で定義されている。

(7) 置換積分法は取り扱われているが部分積分法は取り上げられていない。これほどに程度を高め豊かな応用を志向しながら，部分積分法がないことは奇異にさえ感じられる。

(8) 面積，体積，曲線の長さ，そして重心が取り扱われている。また，物理的な問題が豊富に取り入れられている。

(9) 近似が相当に扱われている。台形公式，シンプソンの公式も取り上げられている。

(10) 微分方程式が取り扱われている。微分方程式の種類そのものは極めて簡単なものに限られているが，素材は物理的なものが多い。

以上は主として微積分の内容についてみてきたのであるが，ここでこの教科書での微積分の取り扱い方の思想についてぜひ一言触れておかねばならない。この教科書での微積分の取り扱い方は，先に第一章でみた『新主義数学』でのそれと同様に，学習者の経験・心理を重んじ，極めて直観的な扱いに終始し，数学的に厳密な（否，厳密そうな）記述は一切みられないので

ある。ともすれば［微積分学］を志向して，数学的厳密性のようなものをちらつかせているこの頃の微積分教育を省みるとき，この教科書は，数学的厳密性のようなものに拘泥せず，豊かな展開・豊かな応用を志向したものとして高く評価できるものであると筆者は考えているのである。

高等学校の学習指導要領は，昭和26年（1951）になってやっと本格的なものが出されたのであった。しかしながら，この時の学習指導要領は中学校のそれとを一緒にした

中学校高等学校学習指導要領　数学科編（試案）

なるものであった。中学校と高等学校とを一緒にした学習指導要領が出されたのは，現在までのところ，この時だけであるが，将来の数学教育を展望すると，中学校と高等学校とを一緒にした

中等学校学習指導要領　数学科編

が作製されてもよいのではないかと筆者は考えている。

さて，この学習指導要領でも，数学科の科目編成は，引き続き

一般数学　　解析Ⅰ　　解析Ⅱ　　幾何

の4科目のままであった。そして『解析Ⅱ』での微積分の内容は概ね次のようであった。

1．数列と級数
　等差数列・等比数列　　無限等比級数　　無限数列の収斂発散振動
　数列・級数の極限　　数学的帰納法
2．函数の概念
　函数概念の拡張　　単調増加　　単調減少　　指数函数　　対数函数
　函数の極限　　連続・不連続　　無限大
3．函数の変化率
　変化率　　接線　　微係数　　導函数　　函数の極大極小　　函数の近似
　相対誤差　　絶対誤差
4．積分
　区分求積　　定積分　　不定積分　　微分と積分との関係　　求積
　シンプソンの公式

これは先にみた『解析Ⅱ』の教科書と比較すると，直観的な微積分の扱い方を相当に数学的にし，かつ，内容を大幅に削除したものとなっている。

その削除された内容の主なものは

三角関数・指数関数・対数関数についての微積分

高次導関数とその応用，マクローリン展開，微分方程式

であって，微積分教育は一挙に大きく後退したといってよいであろう。

尚，『幾何』と『一般数学』の中でも，僅かに微積分が取り扱われているのであるが，本章では，そのような僅かに微積分が取り扱われている科目での考察は省略することにする。

この時代は，小学校中学校にあっては，いわゆる“生活単元学習”に風靡した時代であった。この思想は高等学校の『一般数学』にまでは浸透していったが，高等学校の数学全体にまで深く浸透することはなかった。とりわけ微積分教育の中には“生活単元学習”なるものはなかったといってよいであろう。

§2．数学II（A，B）　数学III　応用数学　の時代

［i］　昭和31年（1956），高等学校の学習指導要領は改訂された。この改訂学習指導要領は“数学的な考え方”を強調し，その内容を具体的に例示するため［中心概念］なる欄を設けているのが大きな特徴である。例えば，『数学II』での微積分に直接関係する中心概念としては次のような事柄が示されている。

中心概念
函数の大域的な性質や局所的な性質をとらえること。 連続的変化，極限 函数値の増減，周期性 極大・極小

さて，この改訂に当たっては，生徒の個性と進路に応じ，かつ各課程の特色を生かした教育課程を組織しやすいように科目を編成するという考え方がとられ，数学科の科目は

数学I　　数学II　　数学III　　応用数学

となった。必修は『数学I』だけであった。そして微積分は『数学II』，『数学III』および『応用数学』の中で扱われた。

このうち，まず『数学II』は，少し高い程度の一般教養を与えることと，『数学III』への学習の基盤を作るという性格をもたせた科目とされているものである。そのような性格づけの中で扱われた微積分（正確には微分だけである）の内容は次のとおりである。

数学II

○　函数とそのグラフ
　グラフの概形のとらえ方
　指数函数・対数函数のグラフ
　二次函数・三次函数のグラフ
　分数函数のグラフ

そして，この内容については以下のように説明されている。

内容の説明

『数学I』で扱った函数や，三次函数・簡単な分数函数・無理函数および指数函数・対数函数について，函数値の増減のもよう，式の形，グラフの概形等についての特徴をまとめる。その際に，無限大や極限の考えを導入し，これによって上記の特徴をとらえる方法を明らかにする。

(1)　三次函数や分数函数等について，グラフの存在範囲を求めたり，不連続点の付近の変化を調べたり，漸近線を求めたりなどして，その函数値の変化の特徴やグラフの概形をとらえる方法を扱う。

(2)　簡単な底についての指数函数・対数函数の増減のもようおよびこれらが互いに他の逆函数であることを明らかにする。

(3)　二次函数・三次函数，分母が一次式の分数函数について，変化率の考えを明らかにし，これによって，接線を求めたり，函数値の増減，極大・極小，およびこれらのグラフとの関係を明らか

にしたりすることを扱う。

(4) 変化率の扱いについては，極限の考え方と定義とから二次，三次函数および分母が一次式の分数函数の変化率を計算する程度とし，導函数についての積や商の公式を利用することは含めない。

用語と記号

三次函数　分数函数　指数函数　対数函数　逆函数　（単調）増加

（単調）減少　漸近線　変化率　増分　接線　極大　極小　極限

極限値　$\lim_{h \to 0}$　$\lim_{x \to \infty}$　$f'(x)$

このときの高等学校学習指導要領は，その一般編の〈まえがき〉の中で「高等学校の教育は，この段階における完成教育であるという立場を基本とすること」と述べているのであるが，これは学校教育法第四一条（高等学校の目的）に則っての記述と考えられる。しかし，それならばこの『数学Ⅱ』での微積分が，積分を内容とせず，微分だけで終わっているのはいささか不満である。『数学Ⅱ』の履修をもって高等学校の数学を終わる生徒が多いと思われるからである。

次に『数学Ⅲ』をみてみよう。この『数学Ⅲ』は「特に数学を必要とする方面に進もうとする生徒，および数学に深い関心をもつ生徒に対して，『数学Ⅱ』に引き続き，微積分および確率・統計の初等的基本的な分野の学習を通じて数学科の目標をさらに高い程度において達成することをねらう」とされている科目である。

この『数学Ⅲ』での微積分に関する内容は以下の通りである。

数学Ⅲ

a　数列と級数

等差数列とその和

等比数列とその和

その他の数列

数列の極限

無限等比級数

b　微分

微分係数・導函数およびその応用

微分の計算

三角函数の微分

c　積分

極限としての面積・体積

定積分の意味と計算，およびその応用

そして，この内容については次のような説明がつけられている。この説明の中での［注］として述べられている事柄にも十分注目しておきたい。

内容の説明

『数学Ⅲ』は，微積分および確率統計を主要な内容とした科目で，これらを応用している科学的な方面に進む場合の基本を作ることがねらいであるがその取り扱いの程度には，高等学校の生徒に適した扱いが考慮されなければならない。微積分や統計・確率について，厳密な論理で進めていくことは，生徒にとって困難であり，適当ではない。極限に関する事項などは直観的に扱い実際的な応用とのつながりを主体として指導し，平易な内容をある程度の習熟をもって使いこなすことをねらいとするのが適当である。以下にあげる内容は，上記のような考慮から，平易な内容を主体として選んだものである。生徒の能力から考えて，可能であれば，なおこれに応用の実例や，応用面の広い内容を付加することもあってよい。

a　数列および級数

自然数に対応する函数として数列をとらえ，その値の変化の様子を式やその極限の考察から明らかにする。簡単な場合に，その和を求めることも扱う。

(1)　一般項の概念を明らかにし，等差数列・等比数列を扱う。

(2)　等差数列・等比数列の和の公式や，その応用を扱う。

(3)　その他の数列については，Σn^2，Σn^3 の程度の簡単な数列の和の公式を導くことを扱う。

(4)　上記に関連して数学的帰納法を扱う。

注　数学的帰納法は，必ずしもこのように扱わなくともよい。たとえば，二項定理などとの関係で指導する場合もあってよい。

(5)　具体的な数列について，番号が限りなく大きくなるとき，項の値がどのように変化するかを調べ，収束・発散の意味を明らかにする。実際に扱うのは，$\{\frac{1}{n}\}$，$\{r^n\}$ などで極限の存在を認める程度とする。

(6)　無限等比級数について，その収束・発散を扱い，収束条件を明らかにする。

(7)　無限小数の意味を明らかにし，循環小数と有理数との関係を扱う。

用語と記号

数列　項　第n項　一般項　等差数列　公差　等比数列　公比　無限数列

収束　発散　無限等比級数　（無限）級数　循環小数　純循環小数

混循環小数　無限小数　a_n　Σ

b　微分

『数学II』の変化率を一般化して微分係数や導函数の概念を明確にし，有理整函数・簡単な有理分数函数および無理函数・三角函数の範囲での，形式的な微分の計算やその応用に習熟させる。

(1)　微分係数・導函数・第二次導函数について，その数学的な意味や，速度・加速度のような具体的な意味を明らかにする。

(2)　函数の和・差・積・商および変数変換の微分公式を扱い，形式的な計算に習熟させる。

(3)　$\sin(ax+b)$, $\cos(ax+b)$ のような一次函数の三角函数の程度を越えない範囲で，三角函数の微分やその応用を扱う。

(4)　導函数および第二次導函数を用いて，函数値の変化の状態を調べたり，極大・極小の問題を解いたりする応用を扱う。

(5)　近似式 $f(a+\Delta x)=f(a)+f'(a)\Delta x$ を明らかにし，これによって，簡単な函数についての近似計算や $f(a+\Delta x)$ の値を $f(a)$ としたときの誤差評価を扱う。

注1．指数函数，対数函数を微分することは内容に含めない。しかしこのきわめて概略の事項にふれておくことは，場合によっては有意義なこともある。

2．媒介変数で表示した函数の微分公式や，これを用いるものは扱わない。

3．逆三角函数にはふれない。

用語と記号

微分係数　微分する　導函数　第二次導函数　速度　加速度　近似　近似式

Δx　Δy　y'　$\frac{dy}{dx}$　y''　$f''(x)$　$\frac{d^2y}{dx^2}$

c　積分

長さ・面積・体積などの量が極限を考えることによって正確にとらえられること，ならびに極限による計量が多くの場合に積分となることを明らかにし，積分の応用や計算に習熟させる。

(1)　面積・体積・道のりなどの概念を明らかにし，一次式や二次式で表される数量関係に区分求積法を用いることを扱い，この場合に極限の考えが重要な役割をしていることを明らかにする。

(2)　定積分の意味を明らかにし，定積分によっていろいろな量を表すことを扱う。

(3) 微分と積分との関係ならびに不定積分の意味を明らかにする。
(4) 積分が微分の逆の操作であることを利用して定積分を計算することを扱う。積分計算の対象は，bにおける微分の逆として求められるものの程度とし，積分特有のくふうを要するものは扱わない。
(5) 定積分の数値を求める近似解法として，台形公式やシンプソンの公式を扱う。

注1．$\int \frac{1}{x}dx$ は内容に含めない。

2．置換積分法および部分積分法は内容に含めない。

用語と記号

区分求積法　定積分　積分する　不定積分　積分定数　台形公式
シンプソンの公式　$\int_a^b f(x)dx$　$\int f(x)dx$

この内容の説明の中で，高等学校における微積分教育の思想上から，筆者が特に注目したいのは前段の部分であり，微積分を厳密な論理で進めていくことは適当ではないとしている点，そして，極限に関する事項などは直観的に扱い，実際的な応用とのつながりを重視し，微積分を使いこなすことをねらいとしている点である。これは大いに頷ける見解である。しかし，他方において微積分の内容面では，［注］として記述されている事項をみることによって明白なように，先に§1でみた新制高等学校発足当初の『解析Ⅱ』での内容よりもやはり縮小され後退したものとなっているのである。特にここでも微分方程式が指導内容とされていないことは看過してはならないことであると考える。

最後に『応用数学』についてみておこう。この科目は『数学Ⅰ』あるいは『数学Ⅱ』に続いて履修させる科目であって，数学をよく用いる専門的な分野の学習を容易にするため，特にそこに必要な数学の部門を取り出して学習することがねらいとされている科目である。

この『応用数学』での微積分の内容とその取り扱い方は以下のようになっている。ここでは，『数学Ⅲ』に比して，相当に程度の高い内容を加えてもよいとされている点と，実用主義が如実にでていることに注目しておきたい。

応用数学

a 数列・級数

『数学Ⅲ』における数列・級数の程度を扱う。しかし，実用上必要のない数列や級数についての一般論にはふれなくてもよい。

定積分等への準備のために課す場合と，複利計算・年金計算等の基礎として課す場合とで，いくぶん扱いは異なるであろう。後者の場合には，各種の実用的な数表（たとえば原価表）についての指導も必要である。前者の場合には，積分の指導計画の中に含めてもよい。

b 微分

『数学Ⅲ』における微分とほぼ同じ内容を扱うが，その場合に，微分の実際的な意味を知ったり，計算に習熟したりすることを中心とする。

なお必要な課程では，次のような事項を加える。

(1) 媒介変数による函数についての微分公式，ならびに逆函数の導函数。
(2) 自然対数および指数函数・対数函数の微分。($\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$ をeと表すことを知り，これをもとにして，$\log x$ の微分を知ること。)

(3) 簡単な函数について

$$f(x)=f(0)+\frac{f'(0)}{1}x+\frac{f''(0)}{1\cdot 2}x^2+\cdots\cdots$$

が成り立つことを確かめ，これを利用すること。

c 積分

『数学III』における積分とほぼ同じ内容を扱う。

なお必要あれば，次のような事項を加える。

(1) 簡単な置換積分

(2) e^x, $\frac{1}{x}$ の積分

(3) 導函数と変数との間の関係を表したものとして微分方程式の意味を扱い，図によってその解の意味を明らかにする。(微分方程式の意味と図的解法)

[ii] 高等学校の学習指導要領は昭和35年 (1960) にまた改訂された。前回の指導要項を施行してからわずか4年後のことである。

この度の改訂のねらいは，小学校・中学校の教育課程の改訂に伴い，小学校・中学校・高等学校の教育課程に一貫性をもたせることと，前回の昭和31年の高等学校教育課程改訂の精神をいっそう徹底し，時代の進展に即応することにあるとされている。

この時代は科学技術教育の振興充実が叫ばれた時代であった。それに呼応していくつかの方針が打ち出されたのであったが，ここで特に注目しておきたいのは次の事柄である。

○ 生徒の能力適性進路等に応ずるために『数学II』については，これを『数学IIA』,『数学IIB』の2科目とする。

○ 『数学I』をすべての生徒に履修させた後，原則として『数学IIA』,『数学IIB』,『応用数学』のうちのいずれか1科目をすべての生徒に履修させる。

さて，この度の改訂によって高等学校の数学は

数学I　　数学IIA　　数学IIB　　数学III　　応用数学

の合計5科目となったのであるが，微積分は『数学I』を除くすべての科目の中で扱われたのであった。後述するように，このことは数学教育史上極めて意義深いことなのである。

尚ここで，科目の性格に関して次のことに注意しておかなければならない。『数学IIA』は，これをもって数学の履修を終わる生徒のための科目である。そして実用的で平易であることが主眼とされる科目である。一方『数学IIB』はこれを履修させた後，引き続き『数学III』を履修させることをたてまえとする科目である。

それではまず最初に『数学IIA』での微積分をみてみよう。ここでの微積分の特徴的なことは，関数を四次までの整関数の範囲に限定し，その上で微積分についての一応のまとまりをつけようとしていることである。従って積分も相当に扱われている。

数学IIA

1．数列と極限

簡単な数列について，自然数との対応関係を考え，その数列の特徴をとらえさせる。また，数列および関数の極限の概念を理解させる。

ア 等差数列，等比数列　　イ 数列の極限　　ウ 関数の極限

年金，償還などを含む。　　無限等比級数を含む。　　直観的に扱う。

用語と記号

数列　第n項　一般項　等差数列　公差　Σ　等比数列　公比

極限　lim　→　∞　極限値　収束　発散　無限等比級数　循環小数

2．微分法と積分法

微分係数，導関数および積分の概念とこれらの応用について，四次までの整関数の範囲で理解させる。

ア　導関数とその計算

(ｱ) 微分係数　(ｲ) 導関数の計算

関数の和・差の導関数

イ　導関数の簡単な応用

接線，関数値の増減

速度，加速度など

ウ　不定積分とその計算

エ　定積分とその簡単な応用

用語と記号

平均変化率　増分　Δx　微分係数　導関数　$f'(x)$　y'　$\dfrac{dy}{dx}$

極大　極小　極値　不定積分　積分定数　定積分　$\int f(x)dx$　$\int_a^b f(x)dx$

次に『数学ⅡB』での微積分をみてみよう。この『数学ⅡB』での微積分については『数学Ⅲ』と合わせての内容構成を企図してはいるが，この『数学ⅡB』をもって高等学校の数学を終了する生徒も多いことから，この科目で一応のまとまりのある微積分の学習ができるようにしている。従って，例えば『数学ⅡB』で微分，『数学Ⅲ』で積分というような考え方をとらないで，『数学ⅡB』では簡単な整関数の範囲で微分と積分とについての基本的な事項の一応のまとめをしている。このことは，先の『数学ⅡA』と同様に，学校教育法第四十一条の高等学校の目的に則ったものとして，その意味でも従前の『数学Ⅱ』よりも評価できよう。

尚，〔用語と記号〕の中に“区間”があることに注目しておきたい。この用語はこの度の学習指導要領に初めて出てきたものである。

数学ⅡB

1．数列と級数

簡単な数列について，自然数との対応関係を考え，その数列の特徴をとらえさせる。また，数列について，極限の概念を理解させる。

ア　等差数列，等比数列

イ　その他の数列

一般項が n^2 n^3 の程度とる。

ウ　無限等比級数

用語と記号

数列　第n項　一般項　等差数列　公差　Σ　等比数列　公比

極限　lim　→　∞　極限値　収束　発散　無限等比級数

循環小数　数学的帰納法

2．微分法

微分係数や導関数の概念を理解させ，簡単な整関数の範囲で，導関数を計算したり，それを応用したりする能力を養う。

ア　微分係数

イ　導関数とその計算

関数の和・差・積の導関数

ウ　導関数の応用

接線，関数値の増減，速度など

用語と記号

区間　平均変化率　増分　Δx　微分係数　導関数　$f'(x)$　y'　$\dfrac{dy}{dx}$

極大　　極小　　極値

3．積分法

不定積分や定積分の概念を理解させ，簡単な整関数の範囲で，積分を計算したり，それを応用したりする能力を養う。

ア　積分の意味　　イ　積分の計算　　ウ　積分の応用

面積，体積，道のりなど

用語と記号

不定積分　　積分定数　　定積分　　$\int f(x)dx$　　$\int_a^b f(x)dx$

このように『数学IIA』および『数学IIB』で微積分が扱われることになったのであるが，この意義は数学教育にとって極めて大きいのである。すなわち，先に述べたように今回の学習指導要領は，すべての生徒について『数学I』の上に『数学IIA』か『数学IIB』または『応用数学』のいずれか1科目を必ず履修させることにしているのであり，従ってこのことは

すべての生徒に微積分を学習させる

ということにしているのである。

ここに我が国の数学教育史上において特筆されるべき“すべての高校生が微積分を学習する”という時代がきたのである。思えば昭和17年（1942），先覚の努力が実って，我が国の中等教育に初めて微積分が細々と導入されたのであったが，それからおよそ20年後にはすべての高校生が相当にまとまりのある微積分を学習することになったのである。

このようにすべての生徒に微積分を学習させることについて『高等学校学習指導要領解説，数学編』は次のように述べている。

最近，科学は飛躍的に進歩し，今世紀にはいってからの数学および数学に密接に関係のある学問も急速に進展している。このようなことからも，高等学校の数学の内容として，すべての生徒が学習するものとして微分法および積分法を取り入れることが必要となってきた。微分法や積分法の考えは，数量の変化の状態を関数的に考察する場合に最も基本的なものであり，また，微分法と積分法の概念やそれらの応用は，数学の発展の面からも，数学と他の科学などとの関連の面からも，最も重要なものである。(3)

これは大きく頷ける見解である。

次に『数学III』における微積分をみてみよう。今回の『数学III』での微積分は前回のそれよりもはるかに強化されたものになっているのである。

数学III

1．微分法とその応用

微分法について理解を深め，簡単な有理関数，無理関数，三角関数，指数関数および対数関数の範囲で，導関数を計算したり，それを応用したりする能力を伸ばす。

ア　関数の極限

直観的に扱う。

イ　導関数とその計算

(ア)　関数の商および合成関数の導関数　　(イ)　いろいろな関数の導関数

(ウ)　第二次導関数　　(エ)　平均値の定理

直観的に扱う。

ウ　導関数の応用

(ア)　接線，関数値の増減，曲線のおうとつ，加速度など　　(イ)　近似式

用語と記号

第二次導関数　y''　$f'(x)$　$\dfrac{d^2y}{dx^2}$　変曲点　近似式　自然対数　e

2．積分法とその応用

積分法について理解を深め，簡単な有理関数，無理関数，三角関数，指数関数および対数関数の範囲で，積分を計算したり，それを応用したりする能力を伸ばす。

ア　積分の計算

(ア)　簡単な置換積分　　(イ)　簡単な部分積分　　(ウ)　いろいろな関数の積分

$ax+b=t.\ x=a\sin\theta$

と置き換える程度とする。

イ　積分の応用

(ア)　面積，体積，道のりなど　　(イ)　微分方程式の意味

用語と記号

置換積分　部分積分　微分方程式

「指導計画作成および指導上の留意事項」

2．イの(イ)の微分方程式については，自然現象や図形の性質などが，微分方程式に表されることおよびこれを解いて，問題の解決ができることを知らせる程度とする。なお，取り扱う微分方程式は，

$\dfrac{dy}{dx}=ky$（k は定数）の程度とする。

このように今回の『数学Ⅲ』における微積分は，前回のそれよりもはるかに強化されたのであるが，その特徴的なことをあげておきたい。

①　微積分の関数の範囲が指数関数・対数関数にまで拡げられた。

②　部分積分法と置換積分法が取り上げられた。

③　平均値の定理が，中等教育に微積分が導入されて以来初めて指導内容となった。

④　$\dfrac{dy}{dx}=ky$（k は定数）の程度に限定されてはいるが，微分方程式が指導内容となった。

⑤　『数学ⅡB』に極座標が導入されており，それを受けて，教科書等では，極座標上での微積分も取り上げられた。

⑥　従来よりも数学的学問的微積分教育を志向している。

最後に『応用数学』での微積分をみておこう。この科目においてもまた，前回のそれよりも著しく強化されたものになっているのである。その中でも，とりわけ，

マクローリン展開式の利用

と，定数係数の2階同次線形微分方程式

$$a\frac{d^2y}{dx^2}+b\frac{dy}{dx}+cy=0$$

が指導内容となっていることに注目したい。

応用数学

1．数列と級数

ア　等差数列，等比数列　　イ　その他の数列　　ウ　無限等比級数

一般項が n^2, n^3 の程度とする。

2．微分法

ア　微分係数，導関数　　イ　導関数の計算

簡単な初等的な関数の範囲で扱う。

ウ　導関数の応用

(ア)　接線，関数値の増減，曲線のおうとつ，速度，加速度など

(イ)　マクローリンの展開式の利用

3．積分法

ア　不定積分と定積分　　イ　積分の計算（簡単な置換積分・部分積分を含む）

簡単な初等的な関数の範囲で扱う。

ウ　積分の応用

(ア)　面積，体積，道のりなど　　(イ)　物理などへの応用

(ウ)　定積分の近似計算　　(エ)　簡単な微分方程式

$a\frac{d^2y}{dx^2}+b\frac{dy}{dx}+cy=0$ の程度とする。

この『応用数学』では［用語と記号］についての記述はない。しかし，この用語と記号については，おおむね『数学ⅡA』，『数学ⅡB』および『数学Ⅲ』に掲げた用語と記号に準じて，適宜指導することになっている。

［iii］　昭和45年（1970）には高等学校学習指導要項が改訂された。この学習指導要領は数学教育の現代化を志向したものであった。科目としては新たに『数学一般』が設けられた。従って，高等学校の数学の科目は

数学一般　　数学Ⅰ　　数学ⅡA　　数学ⅡB　　数学Ⅲ　　応用数学

の，実に6科目にもなったのであった。

ところで，前回の学習指導要領では『数学Ⅰ』の上に『数学ⅡA』か『数学ⅡB』または『応用数学』のうちの1科目を加えて，合計2科目が必修とされていたのであるが，今回の学習指導要領では1科目だけを必修とし，『数学1』または新しく設けた『数学一般』のいずれかを必修として履修させることにしたのである。このうち『数学一般』には《変化とそのとらえ方》という項目があって，微分係数についての事柄が僅かに扱われることになっているのであるが，『数学Ⅰ』には微積分に関する内容は一切含まれていない。

このことによって「すべての生徒に微積分を学習させる」という理念は，わずか10年で崩壊したのである。これは単に微積分教育の理念の変更後退であるばかりではなく，高等学校教育の理念の重大な変更後退であるといっても過言ではないであろう。

今回の改訂によって，微積分の扱い方はやや理屈っぽくなり，かつ内容的には前回のものよりも大幅に縮小されたものとなった。各科目での微積分の内容およびその取り扱い方は以下のとおりである。

数学ⅡA

微分法と積分法

微分係数と導関数の意味を理解させ，四次までの整関数の範囲で，導関数を求めたり，それを応用したりすることかできるようにする。また，積分の意味を明らかにする。

ア　微分係数の意味　　イ　導関数とその計算　　ウ　導関数の応用
　　　　　　　　　　　　　関数の和・差の導関数　　接線，関数値の増減，速度など

エ　積分の意味　　　　オ　積分の計算と簡単な応用

カ　用語および記号

区間　増分　Δx　極限値　lim　微分係数　導関数　$\frac{dy}{dx}$　y'　$f'(x)$

極大　極小　極値　不定積分　積分定数　定積分

$\int f(x)dx$　$\int_a^b f(x)dx$

この『数学ⅡA』で看過してならないことは数列と極限に関する内容が全面的に削除されていることである。そして，その代わりに〔行列〕と〔電子計算機と流れ図〕とが取り入れられている。このことについて『高等学校学習指導要領解説　数学編理数編』(4) は「内容の精選ということと，『数学ⅡA』がこれをもって高等学校の数学の履修を終わる生徒を対象とするために，高等学校としての一応のまとまりをもたせ，現代の社会の要求にこたえることを考慮した結果である」と述べているが，この見解は率直には頷けない。高等学校としての一応のまとまりをもたせ，現代の社会の要求にこたえるためには〔数列と極限〕は必須のものではなかろうか。

次に『数学ⅡB』をみてみよう。ここでは前回のそれにはあった〔数列と極限〕が削除され，これは後にみるように『数学Ⅲ』での内容となっている。従って『数学ⅡB』では有限数列のみを扱うことにしているのであるが，そこに〔帰納的定義〕という内容が新しく導入されていることに注目したい。ただ，ここではまだ“漸化式”という用語は用いられていないことに留意しておきたい。

数学ⅡB

(1)　二項定理，有限数列

二項定理や数列を通して数学的帰納法について理解させる。また，簡単な数列について，その特徴をとらえさせ，帰納的に定義するしかたとその意義を理解させる。

ア　二項定理　　イ　簡単な数列　　　　　ウ　数学的帰納法，帰納的定義
　　　　　　　　　　等差数列，等比数列など

エ　用語および記号

二項定理　数学的帰納法　数列　一般項　等差数列　公差　等比数列

公比　Σ

(2)　微分法と積分法

微分係数と導関数の意味を理解させ，簡単な整関数の範囲で，導関数を求めたり，それを用いたりすることができるようにする。また，積分の意味を理解させ，それを簡単な整関数の範囲で応用できるようにする。

ア　微分係数の意味　　イ　導関数とその計算　　　ウ　導関数の応用
　　　　　　　　　　　　　関数の和・差・積の導関数　　接線，関数値の増減，速度など

エ　積分の意味　　　　オ　積分の応用
　　　　　　　　　　　　　面積，体積など

カ　用語および記号

区間　増分　Δx　極限値　lim　微分係数　導関数　$f'(x)$　y'　$\dfrac{dy}{dx}$
極大　極小　極値　不定積分　積分定数　定積分　$\int f(x)dx$　$\int_a^b f(x)dx$

次に『数学Ⅲ』をみてみよう。

数学Ⅲ

(1) 数列の極限
　基本的な無限数列について，極限の考えを理解させ，無限等比級数の意味を理解させる。
　ア　数列の極限
　　無限等比級数を含む。
　イ　用語および記号
　　収束　発散　∞　無限等比級数

(2) 微分法とその応用
　簡単な初等的な関数の範囲で，導関数を求めたり，それを応用したりすることができるようにする。
　ア　関数とその導関数
　　(ア) 関数値の極限
　　　直観的に扱う。
　　(イ) 関数の商の微分法
　　　$y=x^n$（n は整数），$y=\dfrac{ax+b}{x+c}$, $y=\dfrac{ax+b}{x^2+1}$ の程度とする。
　　(ウ) 合成関数・逆関数の微分法
　　　$y=x^k$（k は有理数），$y=\sqrt{ax+b}$, $y=k\sqrt{a^2-x^2}$ の程度とする。
　　(エ) 三角関数の導関数
　　(オ) 指数関数・対数関数とそれらの導関数
　　　$y=e^{ax}$, $y=\log(ax+b)$ の程度とする。
　　(カ) 第二次導関数
　イ　導関数の応用
　　(ア) 接線，関数値の増減，曲線のおうとつ，速度，加速度など
　　(イ) 近似式
　ウ　用語および記号
　　自然対数　e　第二次導関数　平均値の定理　変曲点　$f''(x)$　y''　$\dfrac{d^2y}{dx^2}$

(3) 積分法とその応用
　積分法について理解を深め，簡単な初等的な関数の範囲で，積分を求めたり，それを応用したりすることができるようにする。また，微分方程式の意義について知らせる。
　ア　関数の積分法
　　(ア) 簡単な部分積分法，置換積分法
　　　部分積分法については，簡単な関数について一回の適用で求められるものにとどめ，また，置換積分法については，$ax+b=t$, $x=a\sin\theta$ と置き換える程度とする。
　　(イ) いろいろな関数の積分
　イ　積分の応用
　　(ア) 面積，体積，道のりなど
　　(イ) 微分方程式の意味
　　　$\dfrac{dy}{dx}=ky$（k は定数）の程度の微分方程式を解くことを含む。

ウ　用語および記号

部分積分法　置換積分法　微分方程式

内容の取り扱いについて

(1)　逆三角関数は取り扱わないものとする。

(2)　平均値の定理については，直観的に扱い，関数値の増減と導関数との関連を明らかにすることにとどめるものとする。

次に『応用数学』をみてみよう。この『応用数学』での微積分も，前回よりは大きく後退している。とりわけ《マクローリン展開式の利用》が削除されたのが大きい。さらに，微分方程式についても，定数係数の2階同次線形まで扱われていたものが一挙に $\frac{dy}{dx}=ky$ の程度に縮小後退しているのである。

応用数学

(1)　微分法と積分法(I)

微分係数・導関数や不定積分・定積分の概念を理解させ，簡単な整関数の範囲で，導関数や積分を求めたり，それらを応用したりすることができるようにする。

ア　微分係数　　イ　導関数とその応用

関数の和・差の導関数

ウ　不定積分と定積分　　エ　積分の応用

オ　用語および記号

区間　増分　Δx　極限値　lim　微分係数　導関数

極大　極小　極値　不定積分　積分定数　定積分

$f'(x)$　y'　$\frac{dy}{dx}$　$\int f(x)dx$　$\int_a^b f(x)dx$

(2)　有限数列

等差数列，等比数列について理解させ，それらの簡単な応用ができるようにする。

ア　等差数列　　イ　等比数列

(3)　微分法と積分法(II)

微分法と積分法についての理解を深め，簡単な初等的な関数の範囲で，導関数や積分を求めたり，それらを実際的な問題に応用したりすることができるようにする。

ア　関数の微分法・積分法

(ア)　関数の積・商の微分法　　(イ)　合成関数・逆関数の微分法

(ウ)　簡単な部分積分法，置換積分法

イ　簡単な初等的な関数の導関数と積分

ウ　導関数と積分の応用

エ　微分方程式の意味

$\frac{dy}{dx}=ky$（k は定数）の程度の微分方程式を解くことを含む。

尚，この『応用数学』での，上の(2)有限数列　(3)微分法と積分法(II)は，学科の必要に応じて適宜選択して取り扱うことができる内容とされている。

この昭和45年（1970）の学習指導要領の改訂の時には，新しい教科として「理数科」が設け

られた。ここでは，この「理数科」での微積分についても簡単にみておくことにする。

理数科的英才教育を強く志向したこの教科は

総合数学　計算機数学　総合物理　総合化学

総合生物　総合地学　理数に関するその他の科目

の7科目によって編成されている。

このうち『総合数学』は，普通教育に関する教科である数学科の科目『数学II B』,『数学III』の内容をまとめ，さらに発展的，総合的な考察ができるようにした科目であるとされている。その発展的，総合的な内容としては

複素数と複素平面　逆三角関数とその微分　積分の応用としての道のり

$\frac{d^2y}{dx^2}=-k^2y$（kは定数）の程度の微分方程式を解くこと

等があげられる。

この『総合数学』での微積分は以下の通りである。

総合数学

A．二項定理，有限数列

二項定理や数列を通して数学的帰納法について理解させる。また，簡単な数列について，その特徴をとらえさせ，帰納的に定義するしかたとその意味を理解させる。

ア　二項定理　イ　簡単な数列　ウ　数学的帰納法，帰納的定義

B．解　析

(1)　初等的な関数

簡単な三角関数，指数関数および対数関数の特徴についての理解を深める。

ア　指数関数，対数関数

イ　三角関数，逆三角関数

加法定理を含む。また，逆三角関数は主値に限る。

(2)　数列の極限

基本的な無限数列について，極限の考えを理解させ，無限等比級数の意味を理解させる。

ア　数列の極限　イ　無限等比級数

(3)　微分法とその応用

微分係数や導関数の意味および微分法について理解させ，簡単な初等的な関数の範囲で，導関数を求めたり，それを応用したりすることができるようにする。

ア　関数の導関数

(ｱ)　関数値の極限

(ｲ)　微分係数の意味

(ｳ)　関数の和・差・積・商および合成関数・逆関数の微分法

(ｴ)　いろいろな関数の導関数

イ　導関数の応用

(ｱ)　平均値の定理
直観的に扱う

(ｲ)　接線，関数値の増減，曲線のおうとつ，速度加速度など

(ｳ)　近似式

(4)　積分法とその応用

積分の意味および積分法について理解させ，簡単な初等的な関数の範囲で，積分を求めたり，それを応用したりすることができるようにする。また，微分方程式の意義について理解させる。

ア　関数の積分

(ｱ)　積分の意味

(ｲ)　簡単な部分積分法，置換積分法

イ　積分の応用

(ｱ)　面積，体積，道のりなど

(ｲ)　微分方程式の意味

(ウ) いろいろな関数の積分　　$\frac{dy}{dx}=ky$, $\frac{d^2y}{dx^2}=-k^2y$ (k は定数)

の程度の微分方程式を解くことを含む。

以上が，数学教育の現代化の中での，高等学校における微積分教育の姿である。一体，高等学校での数学教育の現代化とは何であったのであろうか。高等学校の数学教育は現代化しなければならない。しかし微積分教育からみるかぎり，現代化は真のそれに悖るものであったといわざるを得ない。なぜなら，それが微積分を軽視しているからである。その端的な例は，現代化を志向したとされるこの学習指導要領が「すべての生徒に微積分を学習させる」という教育理念を捨てているところにあらわれている。二十世紀冒頭のあの“数学教育改造運動”も，そしてまた今回の“数学教育の現代化運動”も学問や科学技術の進歩に対する教育の遅れを取りもどす運動でもあったはずである。前者は我が国の中等教育に微積分を導入したが，後者は我が国の微積分教育を後退させたのである。

いわゆる“数学教育の現代化”はそのすべてが悪かったわけではない。しかし，この現代化が，集合の導入に端的にみられるように，数学の基礎的な部分に深入りし，学校数学を代数化し数学化して，その見返りに微積分を軽視したとしたら，その罪は大きい。

§3．数学Ⅱ　基礎分析　微分・積分　の時代

小学校・中学校の学習指導要領の改訂にあわせて，高等学校の学習指導要領は昭和53年(1978) に改訂され，昭和57年度から学年進行をもって実施されることになった。

この度の改訂によって数学の科目編成は，新制の高等学校が発足した当時のように，領域別編成をとることになった。数学は次のような6科目となった。

数学Ⅰ	数学Ⅱ	代数・幾何
基礎解析	微分・積分	確率・統計

必修科目は『数学Ⅰ』だけとなっている。それゆえ，残念ながら「すべての生徒に微積分を学習させる」という理念は甦らなかった。また今回の改訂によって，主として職業教育をする学科において履修させる科目として，およそ20年間にわたって設けられていた『応用数学』は廃止された。

微積分は『数学Ⅱ』，『基礎解析』，『微分・積分』の中で以下のように扱われている。

数学Ⅱ

(1) 微分と積分

ア　微分係数の意味　　イ　導関数とその応用　　ウ　積分の意味

〔用語・記号〕

極限値　lim　不定積分　定積分

(2) 数列

ア　等差数列　　イ　等比数列

この『数学Ⅱ』での微積分は従前の『数学ⅡA』よりもはるかに後退したものとなっている。また，この『数学Ⅱ』は次の①から⑥までの内容によって構成されているが

① 確率と統計	② ベクトル	③ 微分と積分
④ 数列	⑤ いろいろな関数	⑥ 電子計算機と流れ図

この内容の中から適宜選択して取り扱うのであって，したがって『数学Ⅱ』を履修したからといって，上記の微積分を学習するとは限らないのである。従来からの科目選択制に加えて，内容選択制がとられていることに留意しておきたい。実は，このようなオプション科目は次の学習指導要領では大幅に拡大されるのである。

基礎解析

(1) 数列

ア 簡単な数列　　イ 数学的帰納法

等差数列，等比数列など

〔用語・記号〕 Σ

内容の取り扱い

アについては，等差数列，等比数列の和および数列 $\{n^2\}$ の和を求める程度とする。

(2) 関数値の変化

ア 微分係数の意味

イ 導関数とその応用

(ア) 関数の和・差・実数倍の導関数　　(イ) 接線，関数値の増減，速度など

ウ 積分とその応用

不定積分，定積分，面積など

〔用語・記号〕 極限値　lim

この『基礎解析』は次の『微分・積分』を履修する基礎となる科目ではあるが，この科目だけで終わっても差し支えのないように，微積分の内容に一応のまとまりをもたせている。尚，従前の『数学ⅡB』には数列のなかで〔帰納的定義〕が取り上げられていたのであるが，それが削除されているのはいささか不可解である。

最後に『微分・積分』をみてみよう。

微分・積分

(1) 極限

ア 数列の極限　　イ 関数値の極限

〔用語・記号〕 収束　発散　∞

(2) 微分法とその応用

ア 導関数

(ア) 関数の積・商の微分法　　(イ) 合成関数・逆関数の微分法

(ウ) 三角関数の導関数　　(エ) 指数関数・対数関数の導関数

イ 導関数の応用

接線，関数値の増減，速度，加速度など

〔用語・記号〕 自然対数　e　第二次導関数　変曲点

(3) 積分法とその応用

ア 積分法

(ア) 積分の意味　　(イ) 簡単な置換積分法・部分積分法

(ウ) いろいろな関数の積分

イ 積分の応用

(ｱ) 面積，体積，道のりなど
(ｲ) 微分方程式の意味

$\frac{dy}{dx}=ky$（k は定数）の程度の微分方程式を解くことを含む。

尚，内容の取り扱いについては次のように記述されている。ここで特に注目したいのは，平均値の定理がついに内容からは削除され「平均値の定理に触れることは差し支えないが……」というように後退している点である。

内容の取り扱い
(1) 内容の(1)のアについては，無限等比級数を取り扱う程度とする。
(2) 内容の(2)に関連して，平均値の定理に触れることは差し支えないが，その際は直観的に取り扱い，関数値の増減と導関数との関連を明らかにすることにとどめるものとする。
(3) 内容の(2)のアの(ｲ)については $y=x^k$（k は有理数），$y=\sqrt{ax+b}$ および $y=\sqrt{ax^2+b}$ の程度の簡単な関数を取り扱うものとする。
(4) 内容の(3)のアの(ｲ)の置換積分法については，$ax+b=t$，$x=a\sin\theta$ と置き換える程度にとどめ，また，部分積分法については，簡単な関数について一回の適用で結果が得られるものにとどめるものとする。

今回の改訂による『数学Ⅱ』，『基礎解析』，『微分・積分』での微積分は内容的には前回の学習指導要領のときよりも後退したところがみられる。しかし，高等学校の数学の中に占める微積分の割合は，増大していると思われる。その意味では，前前回の学習指導要領の時代に続いて，再び微積分が高等学校の数学の中核に据えられているとはいえよう。

尚，これ以降では「理数科」における『総合数学』についての考察は省略する。

§4．数学Ⅱ　数学Ⅲ　の時代

平成元年（1989），高等学校の改訂学習指導要領が告示された。この改訂によって，数学の科目編成は，前回の『代数・幾何』，『基礎解析』，『微分・積分』，『確率・統計』等という領域別科目編成は廃止され，再び旧来型に帰って

数学Ⅰ　　数学Ⅱ　　数学Ⅲ　　数学A　　数学B　　数学C

の6科目による編成となった。

そして，必修を『数学Ⅰ』だけとし，履修の順序を次のように定めている。

(1) 『数学Ⅱ』，『数学Ⅲ』を履修させる場合は，『数学Ⅰ』，『数学Ⅱ』，『数学Ⅲ』の順に履修させること
(2) 『数学A』については『数学Ⅰ』と並行あるいは『数学Ⅰ』に続いて履修させ，『数学B』及び『数学C』については『数学Ⅰ』を履修した後に履修させること

これを模式図的に表現すれば次のページの図のようになるであろう。

さらに，この科目編成の特徴は『数学A』，『数学B』，『数学C』を選択科目とすると同時に，その科目の内容（項目）の中から，履修する生徒の実態に応じて，適宜内容を選択してよいとしている点である。すなわち，これらの三つの科目はまさしくオプション科目なのである。前回の学習指導要領では，このようなオプション科目は『数学Ⅱ』だけであったのであるが，そ

<table>
<tr><td>数学Ⅲ</td><td rowspan="2">数学C</td><td rowspan="2">数学B</td><td rowspan="3">数学A</td></tr>
<tr><td>数学Ⅱ</td></tr>
<tr><td colspan="3">数学Ⅰ（必修）</td></tr>
</table>

または

<table>
<tr><td>数学Ⅲ</td><td rowspan="2">数学C</td><td rowspan="2">数学B</td><td rowspan="2">数学A</td></tr>
<tr><td>数学Ⅱ</td></tr>
<tr><td colspan="4">数学Ⅰ（必修）</td></tr>
</table>

れが今回大幅に拡大されたのである。

さて，微積分は『数学Ⅱ』,『数学Ⅲ』で取り上げられている。しかも，これらの科目の内容は微積分あるいは微積分に関連するものだけであり，従って『数学Ⅰ』,『数学Ⅱ』そして『数学Ⅲ』と進むメインコースは，いわば“微積分コース”といってよいであろう。このようにメインコースを設け，それを微積分一本に絞ったことは大いに評価できることといえよう。しかしながら,『数学C』では僅かに数値積分法が取り扱われてはいるものの,『数学A』,『数学B』の中では微積分は全く取り上げられていないのである。それゆえ，こちらのコースをとる者は微積分を学習しないで終わることになるのである。

しかも『数学Ⅰ』そして『数学Ⅱ』,『数学Ⅲ』と進むメインコースにおいても，従前の『基礎解析』,『微分・積分』と進むコースよりも微積分教育は後退しているのである。

まず『数学Ⅱ』での取り扱い方をみてみよう。微積分はこの科目の中の三番目の項目《関数の値の変化》として取り上げられており，それは次のようになっている。

数学Ⅱ

○　関数の値の変化

ア　微分係数と導関数　　イ　導関数の応用　　ウ　積分の考え

〔用語・記号〕　極限値　　lim　　不定積分　　定積分

内容の取り扱い

(1)　三次程度の関数を取り扱うものとする。

(2)　ウについては，関数のグラフに関連して面積を求める程度とする。

これは従前の『基礎解析』での微積分よりも相当に縮小されているのである。とりわけ積分での縮小が目につくのである。すなわち先の『基礎解析』では〔積分の応用〕があり，面積の他にも，速度を知って進んだ距離を求めることや回転体の体積を求めることなどが取り扱われてもよいことになっていたのであった。それが今回は，単に〔積分の考え〕に止まっているのである。導関数についてはその応用を扱うが，積分については応用を扱わないというのは，著しく整合性を欠くものであり，また，高等学校における微積分としてのまとまりを欠くものといえよう。『数学Ⅲ』までは履修せず,『数学Ⅱ』をもって高等学校の数学の学習を終わるであろう多数の生徒にとっては，せっかく微積分を学習しても，例えば，速度を知って進んだ距離を求めることすらできないで終わる可能性が高いであろう。

ところで数列の扱いはどうなっているであろうか。前回の学習指導要領では『基礎解析』の中で取り上げられていた数列は，今回は『数学A』の中で取り上げられることになり，それは次のようになっている。

数学A

○ 数列

ア 数列とその和　　イ 漸化式と数学的帰納法　　ウ 二項定理

〔用語・記号〕 Σ

内容の取り扱い

(1) アについては，等差数列，等比数列の和および数列 $\{n^2\}$ の和を取り扱う程度とする。

(2) イの漸化式について，二項間の関係式を取り扱う程度にとどめるものとし，また，数学的帰納法については，その方法の理解に重点をおき，複雑な証明技法には深入りしないものとする。

この数列に関しては次の三点について注目しておきたい。

第一点は，数列が解析的な科目である『数学Ⅱ』，『数学Ⅲ』の中ではなく，オプション科目である『数学A』の中で取り上げられている点である。数列は自然数を定義域とする離散的な関数であって，それは微積分の場合の実数を定義域とする連続的な関数とは切り離して扱っても，高等学校での場合は差し支えはないであろう。しかし，そうではあっても『数学Ⅱ』，『数学Ⅲ』の中では取り上げないで，この程度の内容のものを，オプション科目の中で取り上げるのはいささか不可解である。この場合，数列を微積分から切り離すのであれば，むしろ必修科目である『数学Ⅰ』の中で取り上げるのが妥当ではなかろうか。

第二点は，学習指導要領の中に初めて［漸化式］という用語が登場し，これが指導内容となった点である。これは実質的には前前回の学習指導要領の中で［帰納的定義］として登場していたのであったが，前回の学習指導要領では消滅していたのであった。今回それが漸化式という用語によって復活したことは評価すべきことであると考える。しかし，筆者はこの漸化式をさらに発展させて，差分方程式として取り扱うのがよいと考えているのであって，これについては後に本研究の中の第五章で詳しく論ずることにしている。

第三点は［二項定理］がこの数列の中に復活したことについてである。この二項定理はかっては数列と共に取り上げられていたのであったが，前回の学習指導要領では『確率・統計』の中でやっと取り上げられていたのである。『確率・統計』を選択する生徒は極めて少なく，従って，多くの生徒はこの重要な二項定理を知らないで高等学校の数学を終えたのであった。それは高等学校の数学教育の一つの大きな欠点であったと言っても過言ではないであろう。今回の改定によって，オプション科目の中においてではあっても，この二項定理が早めに学習するであろう科目の中に復活したことは，『数学B』での複素数平面，『数学C』での極座標等の復活と共に大いに評価したい。

次に『数学Ⅲ』をみてみよう。この『数学Ⅲ』は従前の『微分・積分』と同様に，すべて微積分に関する内容で構成されている。

数学Ⅲ

(1) 関数と極限

ア 関数の概念

(ア) 分数関数，無理関数　　(イ) 合成関数，逆関数

イ 極限

(ア) 数列 $\{r^n\}$ の極限　(イ) 無限等比級数の和　(ウ) 関数値の極限

〔用語・記号〕　収束　発散　∞

(2) 微分法

ア　導関数

(ア)　関数の和・差・積・商の導関数　　(イ)　合成関数の導関数

(ウ)　三角関数・指数関数・対数関数の導関数

イ　導関数の応用

接線，関数値の増減，速度，加速度

〔用語・記号〕　弧度法　自然対数　e　第二次導関数　変曲点

(3)　積分法

ア　不定積分と定積分

(ア)　積分の意味　　(イ)　簡単な置換積分法・部分積分法

(ウ)　いろいろな関数の積分

イ　積分の応用

面積，体積，道のり

内容の取り扱い

(1)　内容の(1)のアの(ア)については，$y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $y=\sqrt{ax+b}$ の程度の関数を取り扱うものとする。

(2)　内容の(2)に関連して，平均値の定理に触れることは差し支えないが，直観的に理解させる程度にとどめるものとする。

(3)　内容の(2)のアの(イ)については，$y=x^k$（k は有理数），$y=\sqrt{ax+b}$ 及び $y=\sqrt{ax^2+b}$ の程度の簡単な関数を取り扱うものとする。

(4)　内容の(3)のアの(イ)については，置換積分法は，$ax+b=t$，$x=a\sin\theta$ と置き換える程度にとどめるものとし，また，部分積分法は，簡単な関数について一回の適用で結果が得られるものにとどめるものとする。

この『数学Ⅲ』では次の二点に注目しておきたい。

まず第一点は《内容の取り扱い》の中の(2)に関することである。従前の『微分・積分』ではここのところが

内容の(2)に関連して平均値の定理に触れることは差し支えないが，その際は直観的に取り扱い，関数値の増減と導関数との関連を明らかにすることにとどめるものとする

となっていたのであった。それが今回は

内容の(2)に関連して，平均値の定理に触れることは差し支えないが，直観的に理解させる程度にとどめるものとする

となっている。平均値の定理が高等学校の微積分から消えつつあるととれなくもない。

第二点は，そしてとりわけ注目したいことは，微分方程式が削除されたことである。次の章で改めて論ずるが，筆者は，高等学校における微積分は微分方程式を中核に意識して構成すべきものであると考えている。微分方程式を削除したことは，高等学校における微積分教育の単なる内容の縮小にとどまらない大きな問題のように思われる。

以上のように，今回の学習指導要領は，従前の複線形の履修科目編成を単線形に統合し，『数学Ⅰ』，『数学Ⅱ』，『数学Ⅲ』と進むメインコースを設け，これを明確に微積分コースとしているのであって，筆者はこのことを高く評価したい。しかしながら，微積分の内容や取り扱いは従前よりも縮小後退したことと，メインコース以外のコースをとる者は微積分を学習しないで終わることになっているのは残念なことという外はない。

§5. 海外での微積分教育の動向

さて，ここで近年の海外における微積分教育の動向について若干の考察をしておきたい。近年の海外の数学教育界は

NCTM（全米数学教員協議会）
SMSG（学校数学研究グループ）
SMP　（学校数学プロジェクト）
ICMI（数学教育国際委員会）

等々の，ここに書き切れないほどの数多くの研究団体によって，幾多の数学教育改革案が相次いで発表されてきた。このような教育案の中から，ここでは特に1990年代の微積分教育案に注目して，以下の二つの研究を取り上げてみておくことにする。

まず第一にみておきたいのは，1963年のあのケンブリッヂ報告，すなわち

Goals for School Mathematics （学校数学の目標）(7)

である。この報告は30年後の1990年を目安として，それまでに教師は充分な能力をもつという仮定の下に，当時の教師の能力を度外視し，極めて大胆かつ野心的な構想に基づいて作成されたのである。

このケンブリッヂ報告では，7学年以降（我が国の中学校以降に相当）については二種類の案が作成されている。そして第一案では，微積分は（これは解析として）11学年～12学年（我が国の高等学校の2年～3年に相当）において，概ね次のような内容を集中的に教授することにしている。

第一案

1．実数　2．数列と級数　3．可算的標本空間の確率　4．関数の極限，連続関数　5．導関数，平均値の定理，原始関数，簡単な微分方程式　6．三角関数，指数関数，対数関数　7．定数係数の線形微分方程式　8．曲線の微分幾何　9．定積分，不定積分，面積　10．テイラー級数，不定形　11．連続分布の確率　12．多変数関数の微積分

次に，第二案では，9学年（我が国の中学校3年に相当）において，微積分入門として，まず次のような内容を教授しておくのである。

1．関数の極限と連続（軽く扱う）　2．導関数，接線の傾き，速度　3．多項式，正弦と余弦，和と積の導関数　4．応用，曲線の追跡，極大・極小，変化率の問題，ニュートンの方法　5．原始関数，定積分と面積　6．平均値の定理，微積分の基本定理

そして，10学年（我が国の高等学校1年に相当）で

実数または複素数の無限数列と級数　絶対収束　べき級数

を教授した後，11学年～12学年で，解析として本格的に次の内容を教授することにしている。

1．関数の極限，連続　2．微分法の公式　3．平均値の定理とその結果　4．定積分，連続関数の場合の定積分の存在　5．対数関数，指数関数，三角関数，双曲線関数，応用　6．積分法の技術　7．テーラー級数，不定形，補間法，差

分法　　8．微分方程式　　9．連続分布の確率　　10．空間における曲線の微分幾何　　11．多次元の微積分　　12．境界値問題，フーリェ級数　　13．積分方程式，グリーン関数，変分法と反復法

これは，筆者にとっては，まさに驚天動地の案という他はない。しかし，この案が発表された当時，C．B．アーレンドルファーやI．アドラー等は，多くの問題はあるが，適切な準備がなされるならば目標に到達できる可能性があると述べたのであった。(8) (9) 而して，今やこのケンブリッヂ報告が実施の目安とした1990年代である。しかしながら，アメリカにおける微積分教育の水準は，このケンブリッヂ報告の目標からは遥かに遥かに遠いところに止まっているのである。従って，ケンブリッヂ報告は，アドラーの論文の表題の中の言葉でいえば，blueprint というよりは，まさに fantasy であったのである。

1990年代の微積分教育を論じたものとして，次にみておきたいのは，これからの世界の数学教育に相当の影響力をもつであろうと思われるＩＣＭＩの研究報告である。ＩＣＭＩは『1990年代の数学教育』の中で次のように述べているのである。

コンピューターは本質的に離散的な機械であり，その機能を記述したり利用のためのソフトウェアを開発したりするときに必要とされる数学もまた離散的である。その結果，離散数学——たとえばブール代数，差分方程式，グラフ理論等——についての関心が近年非常に高まってきている。その結果，学校と大学の両方で伝統的に微積分を強調してきたことが疑問視されるようにもなってきた。(10)

また，さらに次のようにも述べているのである。

現在では，学校で教えられる微積分の手法——微分法，部分積分，置換積分，級数展開——等をすべて効果的に実行するようなマイコンのソフトウェアが手に入るようになっている。(中略) そうしたコンピューターでできるものを，なお，生徒に教える必要があるのだろうか？ (10)

これもまた，筆者には，驚天動地の見解のように思えてならない。離散数学の重要性については，既に十数年も前から筆者の強く主張しているところであって，(11) これを重視することは，今日および将来の数学教育を展望して，当然のことであると考える。しかし，だからといって微積分を軽視していくのは全くの筋違いという外はない。

我が国がとりわけ注目してきたアメリカの数学教育は，実は伝統的に微積分を敬遠し，微積分に対しては不可解なほどに冷淡であるのが実際の姿であることに留意しておかなければならない。先にみたあのケンブリッヂ報告のような，水準の高い微積分を取り上げようとする思想は例外的なものなのである。我が国の微積分教育は，上のようなＩＣＭＩの見解に惑わされてはならないし，アメリカの現実の姿を倣ってはならない。

思うに，20世紀における二つの大きな運動，すなわち，数学教育改造運動と数学教育現代化運動による我が国の数学教育の変革は，いずれも海外の運動を受け，それに触発されたものであった。しかし，21世紀における我が国の微積分教育は，海外の動向によるのではなく，我々の手で構築していかなければ前進しないのではなかろうか。

§6. 総　　括

本章では，主として我が国の高等学校における微積分教育の変遷についてみてきたのであった。それによれば，驚くべきことに，高等学校における微積分教育は，高等学校の発足当時において最も美しく花開いていたようにみえるのであった。一方，科学技術教育の振興が叫ばれた昭和30年代の後半から昭和40年代の前半，すなわち1960年代の微積分教育もまた見応えのあるものであった。数学的にはこの時代の微積分が最も充実していたといえよう。しかもこの時代の「すべての高校生に微積分を学習させる」という教育理念を筆者は高く評価したいのである。

高等学校における微積分教育は，それ以降，徐々に縮小後退を続けてきている。とりわけ，近年における高等学校数学のコンピューター志向，そして，画一性の打破とか生徒の興味・関心・能力等の多様化への対応とかの大義名分は，このことに拍車を掛けつつあるように思われる。高等学校の微積分教育は内容を縮小し，しかも，微積分を学習する生徒を少数化しつつあるのである。これは由々しきことのように思われてならない。

高等学校の微積分がもっと充実したものとなり，そして，すべての高校生が微積分を学習する時代が再びくることを願って本章を終わりたいと思う。

参 考 文 献

(1) 中等学校教科書株式会社，代表者　阿部真之助：『数学　解析編(II)』，1947
(2) 文部省：『高等学校学習指導要領　数学科編』，好学社，1956
(3) 文部省：『高等学校学習指導要領解説　数学編』，大日本図書，1962
(4) 文部省：『高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編』，大阪書籍，1972
(5) 文部省：『高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編』，実教出版，1979
(6) 文部省：『高等学校学習指導要領』，大蔵省印刷局，1989
(7) 『Goals for School Mathematics』―The Report of the Cambridge Conference on School Mathematics―, Boston : Houghton Mifflin Company, 1963.
(8) C. B. Allendoerfer :「The second revolution in mathematics」The Mathematics Teacher, December, 1965, PP.690－695.
(9) I. Adler :「The Cambridge Conference report : blueprint or fantasy?」The Mathematics Teacher, March, 1966, PP.210－217.
(10) ICMI：日本数学教育学会出版部編訳『1990年代の数学教育』，聖文社1988，PP.99～100.
(11) 石川廣美：『差分方程式入門』，コロナ社，1976
石川廣美：「数学教育におけるグラフ理論の二つの側面，――特に Tree と Kuratowski のグラフについて――」，中国四国数学教育学会，数学教育学研究紀要，第5号，1978
石川廣美：「関数教材としての差分方程式の位置づけと指導上の観点」，中国四国数学教育学会研究紀要，第6号，1980