愛媛大学教育学部紀要　教育科学　第44巻　第2号　121～139　1998

# 分数教育に関する史的研究（Ⅱ）

## ── 分数教育の思潮（その1） ──

石 川 廣 美
（数学教育研究室）

（平成9年9月30日受理）

# A Historical Study of Teaching Fraction (II)

## ── The Trend of Thought on Teaching Fraction (1) ──

Hiromi ISHIKAWA

## はじめに

前稿でみたように，養老令の注解書である《令義解》は『九章算術』を大学寮での数学の教科書の一つとして指定しているのであった。そして，この『九章算術』は分数から始まっているのである。従って，我国の教育制度の下での分数教育は，718年の養老令で大学寮・図書寮等の制度が設けられた時からの歴史があるといえなくもない。しかしながら，このような古い時代にあっては，分数教育が行われていたとしても，それは決して庶民に対して行われたわけではない。分数教育が庶民もに行われるようになったのは明治になってからのことである。

明治5年（1872）の学制頒布は分数教育にとっても画期的であった。算術の頂点に分数がおかれ，分数教育が強力に行われていくことになった。以来今日まで，分数教育は，幾多の変遷を重ねながらも，脈々と行われてきている。

本稿では，この長い期間にわたる分数教育のうち，昭和22年（1947）の学制改革前までの思潮について考察し，それ以降については次稿で考察する。

## 1．学制頒布以前の分数教育

学制頒布以前にあっては，庶民は，いわゆる寺子屋で教育を受けた。しかもそれは限られた子弟だけが受けたのであった。この寺子屋での教育は習字が中心であり，教師は“手習師匠”と呼ばれた。寺子屋では算術も教えられはしたが，それは専ら日常の生活に必要な整数計算であった。

一方，武士の子弟のための学校であった藩校では分数を教えるところもあったようである。

小倉金之助は『数学教育史』[1) の中で次のように述べている。

明治時代に入るにおよんで，諸侯の藩校の中には，洋算を採用するものが現れてきた。例えば畿内，郡山の藩校における数学課程表は，下のごとくであった。

| | 初　級 | 中　級 | 上　級 |
|---|---|---|---|
| 外塾生 | | 九九割声掛声 | 九九．加減 |
| 小学生 | 数字．加減雑題 | 乗除雑題．定法 | 四則応用 |
| 中学生 | 数性．奇零．積分初等 | 比例．開方．連数雑題 | 代数術初等 |

この表中，奇零とは分数のことであり，積分とは小数のことである。前稿**2**で述べたように，中国では分数は奇零ともいわれていたのであるが，このころの我国でも分数は奇零の名で教授されたようである。

従って，確かに分数教育が行われた形跡はみられるのであるが，しかし藩校においても分数教育が一般的に行われていたわけではない。実は数学教育そのものがあまり行われてはいなかった。このことについて先の小倉は，このような（畿内，郡山のような）進歩的な藩校はあまり多くはなかったといい，また，藩校の中にはいわゆる“洋学”を採入れたものも，明治3年前後から多くなったが，洋学の中に天文学，測量，物理，化学などは含まれても，数学は多くの場合含まれていなかったであろうし，もし数学が含まれたとしても，それは度学（幾何学の一部）に止まったであろうと述べている[2)]。

学制頒布以前の数学教育，そして分数教育はおよそこのような状況であった。

## 2．学制頒布から明治中葉までの分数教育

明治5年（1872）に学制が頒布され，小学校教育は法規上は義務教育となった。すなわち

小学校ノ教育ハ初級ニシテ人民一般必ス学ハスンハアルヘカラサルモノトス（以下略）

尋常小学ヲ分テ上下二等トス此二等ハ男女共必ス卒業スヘキモノトス

とされた。

そして，小学校には以下の教科がおかれた。

下等小学教科（6才～9才）

綴字　習字　単語　会話　読本　修身　書牘　文法　算術

養生法　地理大意　理学大意　体術　唱歌（当分之ヲ欠ク）

上等小学教科（10才～13才）

史学大意　幾何学罫畫大意　博物学大意　化学大意

さらに，下等小学の課程は八つの級に分けられ，各級は六ヵ月の習業とし，第八級から入り次第に進んで第一級に至ると定められている。また，各級での算術に関する部分は以下のようになっており，分数は第三級，第二級，および第一級で教授されることになっている。

第八級　洋法算術（一週六時間）

『筆算訓蒙』，『洋算早学』等ヲ以テ，西洋数字，数位ヨリ加減算，九九ノ声ニ至ル迄ヲ一々盤上ニ記シテ之ヲ授ケ，生徒ヲシテ紙上ニ写シ取ラシム。但加減ノ算法ニ於テハ，先ヅ其法ヲ授ケ，而シテ只其題ノミヲ盤上ニ出シ，筆算ト暗算トヲ隔日練習セシム。暗算トハ胸算用ニテ，紙筆ヲ用ヒズ，生徒一人ヅツヲシテ盤上ノ題ニ答エシムルナリ。前日ノ分ハ総テ盤上ニ記シテ生徒ヲシテ一同誦セシム。

第七級　算術（一週六時間）

乗除ヲ授クルコト前級ノ法ノ如シ，尤隔日筆算ト暗算トヲ伝フ。

第六級　算術（一週六時間）

乗除ノ算ヲ授ク。

第五級　算術（一週六時間）

四則応用ヲ学バシム。尤筆算暗算隔日タリ。

第四級　算術（一週六時間）

諸等加減乗除法ヲ授ク。

第三級　算術（一週六時間）

分数算ヲ授ク。

第二級　算術（一週六時間）

分数算ヲ授ク。

第一級　算術（一週六時間）

分数並ニ比例算ヲ授ク。

筆　算　訓　蒙

凡　例

一方今筆算頗ル世ニ行ハルルトイヘドモ、イマタ編成ノ書アラズ。人々皆西籍ヨリ譯シテ是ヲ授クル故、度量貨幣等ヲ算スルニ、多ク彼ニ詳ニシテ、却テ我国ノ制度ヲ遣シ、特ニ幼学ニ便ナラザルノミナラズ、又日用ニ切ナラズ、是ヲ以テ今此書ヲ編シテ、専ラ幼学入門ノ資トナス。

一毎法先其理ヲ概論シ、必ズ一例ヲ挙テ是ヲ詳解シ、且問題數條ヲ設ケテ、幼学ノ者ヲシテ、其答ヲナサシメント欲ス、其答式ハ別一巻トナシテ、題中稍解シガタキモノハ、詳ニ其術ヲ示ス。

一凡設題多クハ、我度量貨幣ヲ主トシテ、萬國歴史地理並天文究理等、諸学ニ關渉セルモノヲ載ス、コレ幼學ノ者ヲシテ、旁ラ是ワ諳熟セシメテ、前途ノ裨益タラシメン事ヲ欲スルナリ。

（以下二項略）

ところで，上にみたように，分数については第三級から第一級において教授することとしているだけであって，分数についての教育内容や教育方法等については何も述べていないのであるが，教科書として『筆算訓蒙』と『洋算早学』とが名指しされている。そこで，この時期の分数教育の思想は，まず，これらの教科書によってみることになろう。ここでは特に『筆算訓蒙』をとりだして，それによってみてみることにしたい。その理由は，この『筆算訓蒙』は明治初期の教科書として賞賛されているものだからである。

この『筆算訓蒙』は，静岡兵学校の教師であった塚本明毅によって書かれ，明治２年（1869）に出版されている。著者塚本明毅はこの書の冒頭に上記のように述べている。

これによって，塚本明毅が『筆算訓蒙』を著した目的を明確に知ることができる。その上で「毎法先其理ヲ概論シ」の思想に注目したい。この『筆算訓蒙』は，それまでの多くの書物のように，いわゆる“術”だけを記述するのではなく，“理”を述べていくというのであって，《幼学入門ノ資トナス》とはいえ，理論的系統的数学教育を志向しているとみることができるのである。

分數

凡除法ニ於テ、其實數既ニ除數ヨリモ小ニシテ、除尽シ難キ者アリ、若コレヲ略シ去テ、加乗ノ法ヲ行フ時ハ、毫釐ノ差、必ス千里ヲ謬ルニ至リ、其數遂ニ還原スヘカラス、故ニ是ヲ存シテ、分數トナシ、以テ加減乗除ノ法ニ施サザルヲ得ス、是分數ノ因テ起ル所ナリ、其分數ヲ命スルニ分母分子ノ名アリ、分母ハ即除數ニシテ、分子ハ其除尽シ難キ數ナリ、譬ヘハ、三ヲ以テ一ヲ除スルニ、是ヲ称シテ三分ノ一トイフ、三ハ即分母ニシテ、一ハ分子ナリ、是ヲ筆算ニ施スニ、分子ヲ上ニ記シ、分母ヲ下ニ記シ、其間ニ除標ヲ以テ是ヲ分チ、$\frac{1}{3}$ヲ記ス、自餘ハコレニ傚フ、

この思想は分数に関する記述にもそのまま表れている。すなわち『筆算訓蒙』は，まず最初に，右のように分数というものを考える所以について述べることから始めている。

このような記述ぶりは当時の書物としては例をみないものであり，極めて親切で丁寧であるといえよう。この親切で丁寧な書き方は，以下での分数の加法，減法，乗法，除法等のところでも一貫している。

その様子を分数の除去についてみておくことにする（次のページ）。この『筆算訓蒙』では分数の除法は除分といわれている。この用語は前稿でみたように『九章算術』に用いられているものであった。この除分の他にも，『筆算訓蒙』には加分，減分，乗分，法，実などの，『九章算術』での用語がそのまま用いられている。しかし分数の除法は『九章算術』での内容の，式表現

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \div \frac{bc}{bd} = \frac{ad}{bc}$$

を越えて，1544年にドイツのスティフエルが提唱した形式[3]（前稿P.126）

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

が採られている。

このように『筆算訓蒙』は，分数の四則計算のすべてにわたって

（1） 理論を述べる
（2） 例題をあげて解説する
（3） 計算練習問題をおく
（4） 応用問題をおく

という順序で記述されている。勿論，これは分数のところに限ったものではなく，すべての項目についてこのような斬新な様式がとられているのである。この様式は，我国の算数・数学教育にとって，特筆してよいことのように思われる。小倉金之助は「じつに現代にありては余りに普通なるこの排列法も，日本においては，この『筆算訓蒙』をもって嚆矢とするかと思われる」[4] と述べている。

## 除分

凡分數ヲ以テ分數ヲ除スル事、即乗分ノ還原ナル故、モト両分母ト両分子ト、各コレヲ除スヘシ、然レトモ其分母分子トモ、必ラス除尽シ難キモノアルニヨリ、互乗ヲ以テ除法ニ代ヘ、法ノ分母ヲ以テ、実ノ分子ニ乗シ、法ノ分子ヲ以テ、実ノ分母ニ乗シテ、其得ル所ノ數ヲ商トナス、但シ法実互ニ混乱シ易キヲ以テ、今法ノ分數ヲ倒置シテ、其分母ヲ分子トナシ、分子ヲ分母トナシ、コレヲ以テ実分數ニ乗スル事、乗分ニ異ナラス、其相乗シテ除出スル所ノ數ハ即除分ノ商ニシテ、是両分母子各コレヲ除スルモノト同理ナリ、

五分之三ヲ以テ、七分之二ヲ除スレハ如何、

七分之二ヲ実トシ、五分之三ヲ法トス、法分數五分之三ヲ倒置シテ三分之五トナシ、尋常乗分ノ如ク、コレヲ相乗シテ、二十一分之十ヲ得ルナリ、〇法母五ヲ実子ノ二ニ乗シテ、法子三ヲ実母七ニ乗シテ、即二十一分之十ヲ得事、前ニ異ナラス、然レトモ許多ノ分母乗除スルニ至リテハ、法実互ニ混シ易シ、此倒置法數ヲ以テ、直ニ乗法ニ代フコト、最簡便ナリトス、

$$\frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{3} = \frac{10}{21}.$$

分數ヲ以テ諸等數ヲ除スル時ハ、其分數ヲ倒置シテ、コレヲ乗スル事、更ニ乗分ニ異ナラス、因テ是ヲ畧ス、

左ノ諸分數ノ商各如何、

(一)法三個　実四分之一
(二)法三分之一　実十五
(三)法七分之二　実二分之一
(四)法十二分之一　実八分之三
(五)法九分之一　実六分之五
(六)法二個四分之一　実二十七
(七)法一個三分之一　実十一分之八
(八)法六分之一　実五個十二分之五
(九)法十一分之九　実十一分之三
(十)法五十七分之十三　実十九分之十三
(十一)法四個七分之五　実五個十三分之一
(十二)法三個三分之二　実三個七分之一
(十三)法八個十四分之五　実十二個三十五分之十二
(十四)法一個十三分之二　実四個二十六分之二十一
(十五)法六十三分之二十四　実五個二十七分之十三
(十六)法七個七分之一　実二十八分之十五
(十七)法五分之二個三分一　実三個二十五分之十六
(十八)法一個七分之二　実六分之五個七分一
(十九)法二個四分之二　実十二個四分之一
(二十)法二個三分之一　実百八十三個九分之七

## 除分設題

第一　日耳曼輿地里法十五里ハ、我二十八里二百四十三分之七十一ニ當レリ、然ルトキハ其一里ハ、我幾何里ニ當ルヤ、
第二　我二十八里二百四十三分之七十一ハ、英国海里六十里ニ當レリ、然ル時ハ我一里ハ、英里幾何ニ當ルヤ、
第三　一端ノ絹二丈六尺三分之二アリテ、其價金二両二分弐朱ナルトキハ、一尺ノ價如何、
第四　地球周圍ハ我一萬百八十五里二十七之分五ナリ、圓周畧率百十三分之三百五十五ヲ以テ、コレヲ除スレバ、其直徑ノ大概ヲ得ヘシ、因テ其幾何里ヲ問フ、
第五　京都ヨリ東京迄、一百二十六里三十六分之十三アリ、今急飛脚アリ、コレヲ四日三分之二ニテ達セリトイウトキハ、其一日行ク所、平均幾何ナルヤ、
第六　或人六月三分之二ニシテ、俸金二百七十七両三分銭二百七十四文三分之二ヲ受取タリトイフ時ハ、其一月ノ俸金幾何ナルヤ、

《筆者註。日耳曼輿とはゲルマン（ドイツ）のこと》

ところで，学制頒布の時には間にあわなかったが，その後発行された書物の中に，これまた明治の教科書としては見落としてはならない『小学算術書』がある。この『小学算術書』の「巻之一」から「巻之四」までは明治6年に出版されたが「巻之五」は少しおくれて明治9年に《師範学校編，文部省刊行》として出版されている。

この『小学算術書』は，アメリカのW. コルバーンの編集した教科書

First lessons in arithmetic (1821)

(算数第一教程)

の影響を強く受けているものである。それは彼のペスタロッチの直観主義の思想に基づいて編集されているものであった。

さて，この『小学算術書』の中では，分数は最後の巻である「巻之五」でとりあげられている。そして分数は

分数トハ一個ヲ等分ノ数個ニ分チ其一部分二部分等ノ数ヲイフナリ

(原文は縦書き)

という分数の定義から始まっている。それゆえ，一瞬，数学的系統的に分数を記述する教科書かと思わせるのであるが，実はそうではなく，理論的なことは記述せず，専ら例題と問題とを書いているだけである。

分數ヲ以テ分數ヲ除スル法

(例) 九分ノ三ヲ六分ノ五ニテ除スレバ如何

$\frac{3}{9}=\frac{18}{54}$, $\frac{5}{6}=\frac{45}{54}$, 故ニ $\frac{18}{54}\div\frac{45}{54}$, $=\frac{18}{45}$. 答 四十五分ノ十八

(例) 七分ノ六ヲ八分ノ三ニテ除スレバ如何

$\frac{6}{7}\div\frac{3}{8}$ $=\frac{6}{7}\times\frac{8}{3}$ $=\frac{48}{21}$ 答 二十一分ノ四十八

例えば，分数での除法のところは右のように記述されている。この最初の［例］での分数の除法は，あの『九章算術』での内容と同様である。そして次の［例］ではこれをスティフェル流の，すなわち今日流の形式にして記述している。前者は，後者のような形式の計算にしてよいという理由を示しているともとれよう。

尚，この『小学算術書』でも，『九章算術』にならって，分数の加減乗除はそれぞれ加分，減分，乗分，除分となっている。しかし，実や法という用語は用いられていない。

引き続いて計算練習問題5問と応用問題10問がおかれている。ここではその15題のうちから，最初の8題までをあげておくことにする。(次のページ)

この『小学算術書』は，全体的にみれば「実物の直観によって教授する」というペスタロッチの思想を受けて，多くの絵が挿入されるなどの工夫がされているのであるが，巻之五の分数のところではミカンを二分三分した絵を入れてあるだけである。巻之五は巻之一から巻之四までのものとは異質なようにみえる。「実物の直観によって教授する」という彼の思想は，分数教育にまでは届いていないように思われるのである。

ここにみてきた二つの教科書『筆算訓蒙』と『小学算術書』は明治初期の算術の教科書を代表するものであるが，分数教育では両者はその思想を異にするもののように思われる。前者は理論を重視し，後者は術に重きをおいている。また，前者は帯分数を重視しているが，後者は帯分数は扱わず仮分数主義をとっている。

いうまでもなく，この明治初期の分数教育の思想を上の二つの教科書によってのみ判断する

㈠　八分ノ五ヲ三分ノ二ニテ除スレバ如何
　　答
㈡　四分ノ三ヲ六分ノ五ニテ除スレバ如何
　　答
㈢　六分ノ五ヲ三分ノ二ニテ除スレバ如何
　　答
㈣　五分ノ三ヲ六分ノ四ニテ除スレバ如何
　　答
㈤　三分ノ二ヲ八分ノ五ニテ除スレバ如何
　　答
㈥　牛酪一斤ノ價ハ一圓ノ五分ノ一ナレバ一圓ノ四分ノ三ニテハ牛酪幾斤アリヤ
　　答
㈦　紙一束ノ價ハ一圓ノ四分ノ三ナレバ一圓ノ五分ノ二ニテハ紙幾束アリヤ
　　答
㈧　麦一斗ノ三分ノ一ヲ一日ノ馬飼料トスルトキ一斗ノ九分ノ八ニテハ幾日ノ馬飼料アリヤ
　　答
（以下七問略）

ことは十分ではないであろう。実際，この時代には他の書物も教科書として使用されたのであった。また，教科書でみる分数教育の思想と実際の場でのそれとは差異があったであろうことも推察されることである。

明治５年の学制頒布によって，小学校は法規上は義務教育ではあったが，実際の就学率は極めて低く，明治16年になってやっと就学率が50パーセントを越えたのであった。従って，この明治の初期の時代に分数教育を受けた者はほんの少数であったと考えられる。しかし，学制頒布によって，一般庶民に対して分数教育がおこなわれるようになったことは確かであって，分数教育は市民権を獲得し始めたということはできるであろう。

さて，明治19年（1886）には学校令が公布され，ここに我国の学校制度が確立することとなった。小学校令によって小学校は尋常小学科（４年）と高等小学科（４年）となった。また，中学校令によって中学校は尋常中学校（３年）と高等中学校（２年）とになったのであった。

分数は主として小学校の高等小学科で教授された。しかし分数を習う者は依然として少数であった。なぜならば，法規上は尋常小学科の４年と高等小学科の４年との合計８年が義務教育であったが，実際の就学率は低くやはり50パーセント前後の状態が続いていたからである。

分数を学習する者は少数ではあったが，彼らのうちの相当数は中学校へと進学する者であった。そこで，分数は恰も上級学校へ進学する者が学習する教材のようになり，分数教育は必要以上に理論を重視するようになっていった。その実態は当時の入試問題をみることによって明らかとなるであろう。小倉金之助は「いわゆる理論算術の影響を明らかにするために，各種の試験における算術問題の二，三を観察してみる」として，以下のような試験問題をあげている。[5)]

第三高等中学校予科第三級入学試験（明治24年８月）

　已約分数ノ分母ハ、必ズ２及ビ５ノ因子ヨリ成ルニアラザレバ有限小数ニナル能ハズトイフ、之ヲ証セヨ.

高等師範学校入学試験（明治24年１月）

　分数ノ分母ニ整数ヲ乗ズルハ、其分数ヲ此整数ニテ除スルニ等シク、分数ノ分子ニ整数ヲ乗ズルハ、其分数ニ整数ヲ乗ズルニ等シ、其証如何.

　小数ヲ已約分数ニ化セヨ。又循環小数（$0.3\dot{7}52\dot{8}$ノ如き複雑ナモノ）ヲ已約分数に化セ.

廣島小学校教員検定試験（明治24年５月）

二数ニ於ケル相加平均数ハ恒ニ其相乗平均数ヨリ大ナリ．其証如何．異分母分数ノ加法ヲ挙ゲテ其原理ヲ述ベヨ．

不全平方数ノ平方根ハ恒ニ不尽小数ヲナスト云フ．其理如何．

そして小倉は「私は故意とかような問題を探し廻ったのではない。かような問題の提出が当時の趨勢であったのである」と言っている。当時は中等学校が不足していたから入学競争は激烈であった。分数は入学試験問題の恰好の材料となり，そのために小学校の分数教育はますます理論を重視するという悪循環に陥っていった。小倉は当時の算術教育について「いまやわれわれは，いわゆる“理論”の洪水を見るのである」とまで述べている。[5)]

このような理論重視に加えて，この時代の分数教育は，相当に凝った応用問題を与え，複雑な分数計算をもさせていた。因に，明治11年（1878）発行の『分数百種問題』[6)] の最初と中間および最後の問題を示せば次の通りである。

(1) 九圓ト七分ノ六ヲ所持セル人三圓ト五分ノ四ノ靴ト四圓ト八分ノ五ノ帽トヲ買ヘリ然ル時ハ其残金幾何ナルヤ

(51) 或人逆旅ニテ其貯フル所ノ金四分ノ三ヲ以テ種々ノ物貨ヲ買ヒ其残リノ五分ノ二ハ盗奪セラレ今更ニ雑費トシテ三百四十圓ト十分ノ七ヲ出サザルヲ得ズ然レドモ其人ノ貯金該額ヲ償フニ足ラザルヲ以テ遂ニ百二十五圓ト二分ノ一ノ借債ヲナセリト云フ此人幾何ノ金ヲ貯テ旅行セシヤ又盗奪セラルル所及ヒ買品ニ費セシ所ノ金各幾何ナルヤ

(100) 十一人ノ騎兵アリ圓埒ヲ競驅スルニ其各ノ驅周セシ度數又総度數幾何ヲ知ラズ唯言フ一人ハ総度數ノ八分ノ一又二人ハ各十分ノ一又三人ハ各二十分ノ一其他五人ハ共ニ百二十六度旋レリ而シテ其内四人ハ他ノ一人ノ各五倍ナリト云フ驅周ノ総數及ビ末段五人ノ度數各幾何

（筆者註。「共ニ百二十六度」の意味は「一緒にして百二十六度」ということと思われる）

## 3．黒表紙教科書時代の分数教育

明治の中葉になって，数学教育界には藤沢利喜太郎が登場した。彼は東京帝国大学教授であって，当時における我国数学会を代表する人物であった。また彼は数学教育界にも絶大な影響力をもつ人物であった。その彼の算術教育に対する思想は，よく，実用と形式陶冶を目的とするものであるといわれている。これを具体的に述べれば次のようになるであろう。

（１）日用計算に習熟させること

（２）生業上有益なる知識を与えること

（３）精神的鍛錬

（４）代数を学ぶ基礎のため

このような藤沢の思想はやがて小学校の教則となっていった。すなわち明治33年改正の小学校教則大綱の第四条は次のようになっているのである。

算術ハ日常ノ計算ニ習熟セシメ生活上必須ナル知識ヲ与へ兼テ思考ヲ精確ナラシムルヲ以テ要旨トス

ここには実用と共に「兼テ思考ヲ精確ナラシムル」，つまり形式陶冶を目的とすることが明確に述べられている。藤沢はこのような教育思想に基づき「算術ニ理論ナシ」[7] と言い切って，算術から理論を排除し，分数や負数についてのあの算術的説明を「苟安姑息ナ説明」と言い放って，これを排撃した。

藤沢の思想は，いわゆる黒表紙教科書に引き継がれていった。しかも，その思想は，昭和10年（1935）の，あの緑表紙教科書が出現するまでの約40年の長きにわたり，我国の算術教育を支配したのであった。

さて，明治35年（1902）に小学校令は改正され，小学校の教科書は国定教科書となった。この時の国定教科書は表紙の色が黒かったので黒表紙教科書といわれているのは周知の通りである。この黒表紙教科書は通常次ぎのように分類されている。尚，この黒表紙教科書は横書きである。

第一期国定教科書…………………（明治38年からのもの）
第二期国定教科書…………………（明治43年からのもの）
第三期国定教科書…………………（大正７年からのもの）
第三期国定教科書（改訂版）……（大正14年からのもの）

藤沢の思想に基づいて編集されたこの黒表紙教科書の，分数についての編纂要旨は次の通りである。

数ノ種類（整数・小数・分数）ト計算ノ種類（加減乗除）トハ独立セルモノデ互イニ干渉スルコトナシ，コレ分数，小数ニ関スル計算ノ原則デアル（編纂要旨ノ五）

従って，例えば

（分数）÷（分数）

では，これを分数の除法として独立にその意味を定める。すなわち抽象的に定義するということになるであろう。実際，例えば第一期の教科書の記述は次のようになっている。

［分数を分数にて割ること］

或数ヲ分数ニテ割ルニハ，ソノ分母分子ヲ取リ換エテ得ル分数ヲソノ数ニ掛ケテヨシ.

例. $\frac{5}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \times \frac{3}{2}$

験算 $\left(\frac{5}{7} \times \frac{3}{2}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{5}{7}$

これをみても明らかなように，黒表紙教科書には算術に理論なし，そして苟安姑息な説明を

せずという藤沢の思想が如実にでている。しかも，このように教科書には算術的な説明がないからといって，教師がそれをするのでは決してないことに留意しておかなければならない。藤沢の算術教育の思想はまた「言うべからず，悟らしむべき」[8] なのである。

先にも述べたように，この黒表紙教科書の時代は長かった。そして，この長い期間中，分数に関しては，内容や取り扱い方等にあまり変化がなかったのである。ただ，分数を扱う学年には次のように少し変化がみられた。

第一期国定教科書…………………主として高等小学科第二学年
第二期国定教科書…………………主として尋常小学校第六学年
第三期国定教科書…………………第二期国定教科書と同じ
第三期国定教科書（改訂版）……主として尋常小学校第五学年

しかし，これは分数教育の思想の変化によるものではない。第二期で分数が尋常小学校第六学年で扱われるようになったのは，明治40年に小学校令が改正され，尋常科6年，高等科2～3年となったことに伴うものであって，分数を扱う学年が上下したのではない。第三期国定教科書が改訂されたのは，実はメートル法を採用したためであった。メートル法は従来の尺貫法と異なって複雑な計算を必要とはしない。そのために算術の分量を大幅に削減することができ，それによって分数を第五学年で扱うことができるようになったのであって，分数をもっと低学年から教授しようという積極的な思想があってのことではないように思われる。尚，この黒表紙教科書では，分数をごくわずかの内容は別として1年間で集中的に扱っている。これもこの時代の分数教育の思想である。

## 4．緑表紙教科書時代の分数教育

長かった黒表紙教科書時代が終わり，昭和10年（1935）からは第四期国定教科書，いわゆる緑表紙教科書が使用されることになった。その背景には，大正から昭和にかけて新しい教育思想が起こり，それを推進せんとする活発な運動が展開されたことがあったのである。その教育思想の基調をなすものは

教師中心から児童中心へ
他律教育から自律教育へ
画一教育から自由教育へ

ということであった。

このような思想を受けて算術教育の目標は次のようなものに改められた。

○ 児童の数理思想を開発する
○ 日常生活を数理的に正しくするように指導する

これを先の黒表紙教科書時代と対比すれば，次のようになるであろう。

○ 「算術に理論なし」ではなく，算術にも数理はある
○ 「計算に習熟させ知識を与えという鍛錬的注入的なもの」でなく，数理思想を開発し，日常生活を数理的に正しくするように指導する
○ 卑近な実用主義はとらない

それでは，このような“数理思想”のもとで，分数教育はどう変わっていったのであろうか，ここでも例によって

（分数）÷（分数）

のところに焦点をあててみてみよう。

教科書を単純にみる限り，数理らしきことは一切書かれていない。すなわち，『尋常小学算術（児童用）第五学年上』の分数での除法に関するところは次のようになっている。

(5) 次ノ問題ヲ式ヲ立テテ解ケ。

水ガ 60l ハイル桶ニ,小サイ器ヲ使ツテ,水ヲ満タサウト思フ。

(イ) 3l入ノ器何杯デ満タセルカ。

(ロ) $\frac{1}{3}$l入ノ器何杯デ満タセルカ。

(ハ) $\frac{2}{3}$l入ノ器何杯デ満タセルカ。

(6) 次ノ問題ヲ式ヲ立テテ解ケ。

(イ) 絹布ヲ 3m 買ツテ二圓七十錢拂ツタ。コノ絹布 1m ノ價ハ幾ラカ。

(ロ) 絹布ヲ $\frac{1}{3}$m 買ツテ六十錢拂ツタ。コノ絹布 1m ノ價ハ幾ラカ。

(ハ) 絹布ヲ $\frac{2}{3}$m 買ツテ六十錢拂ツタ。コノ絹布 1m ノ價ハ幾ラカ。

$$60\div\frac{1}{3}=60\times3$$

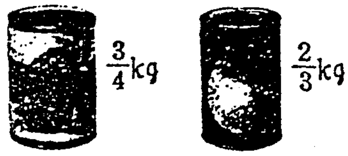
$$60\div\frac{2}{3}=60\div2\times3$$

$$=60\times\frac{3}{2}$$

(7) 次ノ割算ヲセヨ。

| | | | |
|---|---|---|---|
| $3\div\frac{1}{2}$ | $9\div\frac{3}{4}$ | $5\div\frac{5}{6}$ | $6\div\frac{3}{4}$ |
| $4\div\frac{4}{3}$ | $2\div\frac{4}{5}$ | $3\div\frac{6}{7}$ | $1\div\frac{5}{8}$ |
| $4\div1\frac{1}{3}$ | $6\div2\frac{2}{3}$ | $8\div1\frac{3}{4}$ | $10\div3\frac{1}{5}$ |

(8)




左ノ方ノ重サハ,右ノ方ノ重サノ何倍カ。右ノ方ノ重サハ,左ノ方ノ重サノ何倍カ。

(9) 米$\frac{2}{3}$lノ重サガ$\frac{5}{9}$kgデアツタ。コノ米1lノ重サハ何瓩カ。

$$\frac{5}{9}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{9}\times\frac{3}{2}$$

$$=\frac{5\times3}{9\times2}$$

しかし，これについてこの緑表紙教科書の編集にあたった高木佐加枝は「教師が適切な説明を与える方がよいと考えた」[9] と述べている。すなわち，この緑表紙教科書では，いわゆる理論は教科書の中には記述しないで教師が説明することにしているのである。

それでは教師の説明とはどのようなものだったのであろうか。これについて高木が述べているのは概ね以下のようである。少し長いが敢えて引用しておきたい。

数理的な意義づけとして「分数の除法を分数の乗法の逆の算法」と規定することは、抽象的であって、児童に理解し易いとはいえない。そこで、実際の場合について、整数・分数を通じて割るという考え方をとることによって、形式が統一せられて有利であることを認めさせ、わり算を導入することがよいと考える。

（形式不易の原理の適用）

まず除数と被除数とが同じ名数の場合、すなわち整数の除法での包含除に相当する場合の実際問題を与える。これが上の問題の（5）である。これを以下のように説明する。

（イ）に対しては　60÷３＝20

（ロ）に対しては（イ）と同様に$60\div\frac{1}{3}$と立式できる。

ここで60 $\ell$ の中には$\frac{1}{3}$ $\ell$ がいくつあるかを念頭で考えさせる。

そうすると

1 ℓの中に$\frac{1}{3}$ℓは三つあるから60ℓの中には180ある。

となる。かくして

$$60 \div \frac{1}{3} = 180$$

(ハ) に対しては，(ロ) と同様に$60 \div \frac{2}{3}$と立式できる。

ここで，(ロ) の$\frac{1}{3}$ℓの器では180杯であったから，$\frac{2}{3}$ℓの器，すなわち前の2倍の容器ならば180杯の半分の90杯であるとなる。かくして

$$60 \div \frac{2}{3} = 90$$

これに引き続いて，器の容積を，$\frac{1}{2}$ℓ，$\frac{1}{4}$ℓ，$\frac{1}{5}$ℓとし，また$\frac{3}{4}$ℓ，$\frac{2}{5}$ℓとして，60ℓの水を汲む杯数を計算させる。

このようにして，分子が1の分数で割るときには，分母を掛ければよく，分子が1でない分数で割るときには，分母を掛けて，それを分子で割ればよいことに気づかせる。

次に，除数が不名数の場合，すなわち整数の除法での等分除に相当する実際問題を与える。それが先の問題の (6) である。

(イ) に対しては　270÷3

(ロ) に対しては　60×3＝180

(ハ) に対しては

$\frac{2}{3}$mが60銭であるから，$\frac{1}{3}$mは幾らか，1mは幾らかと考えさせて

$60 \div 2 \times 3 = 90$

ところで，数量間の関係は分数の場合も整数の場合と同様であるから (ハ) は

$$60 \div \frac{2}{3}$$

と立式できることを納得させる。

したがって

$$60 \div \frac{2}{3} = 60 \div 2 \times 3$$

このようにした後で，計算を簡便にする方法として

$$60 \div \frac{2}{3} = 60 \times \frac{3}{2}$$

を指導する。

以上のような指導をした後で問題 (8) に進み，分数を分数で割ることの指導をする。

整数の場合と同じように考えさせることによって

$$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$$

と立式することを指導する。

この計算は被除数が整数であろうと分数であろうと同じ計算の仕方をすればよいという考え方によって，次のように理解させる。

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} &= \frac{3}{4} \div 2 \times 3 \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{3 \times 3}{4 \times 2}\end{aligned}$$

そして更に問題（9）に進む。

ここでも（8）の場合と同様に，米の体積や重さが整数である場合と同じように考えさせて，次の式を立てるように指導する。

$$\frac{5}{9} \div \frac{2}{3}$$

計算の仕方も（8）と同様，次のように理解させる。

$$\begin{aligned}\frac{5}{9} \div \frac{2}{3} &= \frac{5}{9} \div 2 \times 3 \\ &= \frac{5}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{5 \times 3}{9 \times 2}\end{aligned}$$

この（8），（9）の二つの問題によって，除数が名数の場合でも，不名数の場合でも“分数で割るには，除数の分母と分子を取り換えて，被除数に掛ければよい”ということになる。[10)]

教師がこのように懇切丁寧に説明するのであるから，この緑表紙教科書は，あの『筆算訓蒙』にみられたような排列法，すなわち，まず最初に理論を述べ，次ぎに例題をあげて解説し，そして計算に習熟させ，最後に応用問題に進むという記述にはなっていないのである。いきなり応用問題による実際的な問題場面を与え，そこでこの問題を解決するためには分数の計算が必要なことに気づかせ，その上で分数の演算の意味と演算形式の理屈とを指導しようというのが，緑表紙教科書時代の分数教育の思想のように思われる。我々は，先の黒表紙教科書時代の「算術に理論なし」，「苟安姑息な説明をせず」，「言うべからず，悟らしむべし」という思想との著しい違いをみるのである。

尚，この緑表紙教科書では分数を扱う学年を早めている点も注目される。しかも，黒表紙教科書時代のように短期間で集中的に扱うのではなく，第3学年から第5学年までの3年間にまたがって扱うことにしている。これも分数教育の思想の変革である。

緑表紙教科書は，当時の数学教育改造運動の精神を反映した新しい教育思想に基づく進歩的教科書であったが，その精神を十分発揮することができないまま，全学年の教科書が完成すると同時に，昭和16年に廃止されたのであった。

## 5．青表紙教科書時代の分数教育

昭和16年（1941）に国民学校令が制定され，小学校は国民学校となり「皇国民の基礎的錬成」がその一切の教育目的とされるようになった。教育内容はこの目的にそって編成され，算術は理科と統合されて理数科となった。そして「理数科ハ之ヲ分チテ算数及理科ノ科目トス」と定められ，長い間用いられてきた“算術”という名称は消滅し，新しく“算数”という名称が誕生した。

理数科の目的および理数科算数の目的は以下のように定められた。

理数科ノ目的

通常ノ事物現象ヲ正確ニ考察シ処理スルノ能ヲ得シメ之ヲ生活上ノ実践ニ導キ合理創造ノ精神ヲ涵養シ国運ノ発展ニ貢献スルノ素地ヲ培フヲ以テ要旨トス

理数科算数ノ目的

理数科算数ハ数・量・形ニ関シ国民生活ニ須要ナル普通ノ知識技能ヲ得シメ数理的処理ニ習熟セシメ数理思想ヲ涵養スルモノトス

これをみると，先の緑表紙教科書時代の思想であった《数理思想》を受け継いでいることは確かである。しかし「開発スル」とか「指導スル」とかの表現ではなく「得シメ」とか「習熟セシメ」等のような復古調の表現になっていることは看過できない変化であろう。

算数の教科書は，勿論，この目的にそって新しく編集された。これが第五期国定算数教科書『カズノホン（1，2年)』，『初等科算数（3～6年)』であって，その表紙の色から青表紙教科書といわれた。この青表紙教科書での算数の内容およびその取り扱い方等は，図形教材を除いては，先の緑表紙教科書時代のそれと実質的には変わらない。しかしながら，子細にみると若干の変化がみられる。

そのことを，これまでの例に従って

（分数）÷（分数）

についてみてみよう。

この教材が第5学年で扱われ，実際的な問題場面から入ることは先の緑表紙教科書時代と同じである。しかし，「図ニ書イテ考エテミヨ」とか「解キ方ヲ式ニ書イテミヨ」というような目新しい表現がみられる。また波線を引き，その下に計算の仕方の理論を，いわば代数的に述べ，これが太字で書かれていて，控えめながら公式的な記述になっている点が注目される。このことは，緑表紙教科書時代の算術的な理屈づけから代数的な理屈づけに変わってきているとみることもできよう。

(11) 器ニ砂糖ガ6斤ハイツテヰル。

(イ) $\frac{3}{5}$斤入リノ袋ニツメルト幾袋ニナルカ。圖ニ書イテ考ヘテミヨ。

(ロ) 下ノヤウナ袋ニツメルト,ソレゾレ幾袋ニナルカ。解キ方ヲ式ニ書イテミヨ。

3斤入リ　$\frac{1}{5}$斤入リ　$\frac{3}{5}$斤入リ

$$6\div\frac{3}{5}=(6\times5)\div\left(\frac{3}{5}\times5\right)$$
$$=6\times5\div3$$
$$=6\times\frac{5}{3}$$

(12) 次ノ割算ヲセヨ。

$3\div\frac{1}{2}$　$9\div\frac{3}{4}$　$5\div\frac{5}{6}$　$6\div\frac{3}{5}$

$3\div\frac{2}{3}$　$2\div\frac{3}{5}$　$4\div\frac{6}{7}$　$6\div\frac{4}{9}$

$4\div1\frac{1}{3}$　$6\div2\frac{2}{3}$　$5\div1\frac{3}{7}$　$10\div3\frac{1}{3}$

(13) 米ガ$2\frac{2}{3}$lアル。コノ米ヲ,一日ニ$\frac{4}{5}$lヅツタベルト,幾日タベラレルカ。

$2\frac{2}{3}$lハ$\frac{4}{5}$lノ何倍カ。

$$2\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}=\frac{8}{3}\div\frac{4}{5}$$
$$=\frac{8}{3}\times\frac{5}{4}$$

(14) 次ノ割算ヲセヨ。

$\frac{1}{2}\div\frac{1}{3}$　$\frac{2}{3}\div\frac{1}{2}$　$\frac{3}{5}\div\frac{3}{4}$　$\frac{5}{6}\div\frac{8}{9}$

$1\frac{1}{2}\div\frac{3}{8}$　$3\frac{1}{3}\div\frac{5}{6}$　$\frac{4}{5}\div2\frac{2}{3}$　$\frac{3}{8}\div3\frac{3}{4}$

$1\frac{2}{3}\div1\frac{1}{4}$　$2\frac{1}{2}\div3\frac{1}{3}$　$3\frac{3}{4}\div2\frac{5}{8}$

（初等科算数六，第五学年用）

尚，青表紙教科書では，約分や通分の意味づけ等に線分図やテープ図を積極的に用いている。これは，当時としては斬新なもので，一つの大きな特色であるといえよう。

この青表紙教科書は，昭和20年（1945）の第二次世界大戦終了後は，軍国主義的超国家主義的教材を含んでいるとの理由で，そのままでは使用できず，部分的に墨を塗って使用されるという運命をたどった教科書であった。

## 6．本稿の終わりに

本稿では，明治の初め頃から昭和22年（1947）の学制改革前までの，およそ80年にわたる，我国での分数教育の思潮について考察してきた。そして，その中で，分数の除法の形式，すなわち

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

の理屈づけについては，とりわけ注目してきたのであった。それは，この理屈づけに焦点をあててみることによって古い時代の分数教育の思想を知ろうとしたことと共に，この理屈づけこそは，分数教育での最も困難とされる事柄であり，今日なお研究されなければならない重要な課題だからである。

これまでにみてきたところでも，この理屈づけについては，時代ごとにいろいろな方法が考案されていたのであるが，今日までに採られてきた方法のうちから，ここでは以下のようなものをあげておきたい。

イ）　黒表紙教科書時代のように，あまり理屈をいわない。

$$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}$$

としてよい。なぜならば

$$\left(\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{5}{7}$$

だからである。

ロ）　除数が整数である場合と対比させる。

$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}$ は $\frac{5}{7}\div 2$ の3倍である。よって

$$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\left(\frac{5}{7}\div 2\right)\times 3=\frac{5\times 3}{7\times 2}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}$$

ハ）　除数を整数化する。

$$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\left(\frac{5}{7}\times 3\right)\div\left(\frac{2}{3}\times 3\right)=\left(\frac{5}{7}\times 3\right)\div 2=\frac{5\times 3}{7\times 2}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}$$

ニ）　除数を１にする。（ハの特別な場合）

$$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\left(\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}\right)\div\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}\right)\div 1=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}$$

ホ）　単位をそろえる。

$$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{5\times 3}{7\times 3}\div\frac{2\times 7}{3\times 7}=(5\times 3)\div(2\times 7)$$

$$=\frac{5\times 3}{2\times 7}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}$$

ヘ）　その他。

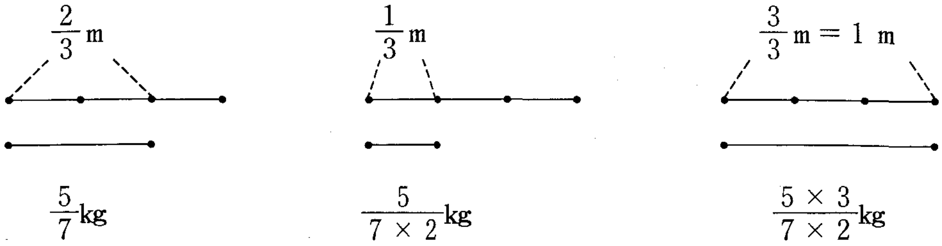
例えば，次のような問題場面を与える。

| |
|---|
| 鉄棒 $\frac{2}{3}$ m の重さは $\frac{5}{7}$ kgである。この鉄棒１mの重さは何kgか |

$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}$ を計算することになる。

$\frac{2}{3}$ m で $\frac{5}{7}$ kgであるから，$\frac{1}{3}$ m では $\frac{5}{7\times 2}$ kgとなり，したがって

$\frac{3}{3}$ m＝１ m では $\frac{5\times 3}{7\times 2}$ kgとなる。



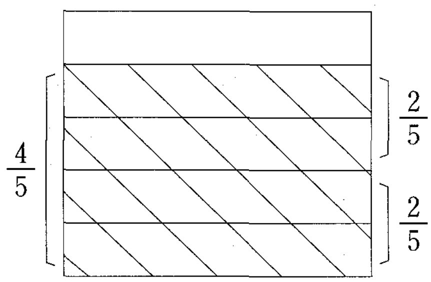

ゆえに　$\frac{5}{7}\div\frac{2}{3}=\frac{5\times 3}{7\times 2}=\frac{5}{7}\times\frac{3}{2}$

この分数の除法の理屈づけに教師は極めて熱心であり，しかも苦慮しているのが現実であろう。勿論，それは我国だけのことではない。因に，かってのアメリカの標準的な教科書[11]やドイツの教科書[12]では次ぎのような理屈づけをしているのがみられる。前者は同分母の場合についてだけの説明で納得させようとするものであり，後者は結局“定める”というのである。

アメリカ

$\frac{4}{5}$の中に$\frac{2}{5}$がどれだけありますか。

右の図から2つあることがわかります。




$\frac{4}{5}$を$\frac{2}{5}$で割ると2であると書くことができます。

$\frac{4}{5}\div\frac{2}{5}=2$

また$\frac{4}{5}$に$\frac{5}{2}$をかけると2になります。

$\frac{4}{5}\times\frac{5}{2}=2$

上の掛算と割算の2つを比べてみましょう。

$\frac{2}{5}$で割ることはその逆数$\frac{5}{2}$を掛けることと同じになっています。

$$\frac{4}{5}\div\frac{2}{5}=\frac{4}{5}\times\frac{5}{2}$$

これはすべての分数についていえます。割ろうと思えば逆数を掛ければよいのです。

$$\frac{6}{7}\div\frac{5}{6}=\frac{6}{7}\times\frac{6}{5}=\frac{36}{35}=1\frac{1}{35}$$

$$\frac{3}{4}\div\frac{8}{10}=\frac{3}{4}\times\frac{10}{8}=\frac{3\times 5}{4\times 8}=\frac{15}{16}$$

ドイツ

$\frac{2}{3}:\frac{3}{4}$を1つの分数で書き表したい。

$$a,\ b \in N$$
$$a:b=\frac{a}{b}$$
$$\Rightarrow\ a:b=a\cdot\frac{1}{b}$$

1．解答の第1の導き方

a）$3:4=\frac{3}{4}$

$\Rightarrow 3:4=3\cdot\frac{1}{4}$である。

3を4で割るかわりに3に4の逆数をかけてよい。

b）逆数は分母分子を交換すれば得られる。

例えば，$4=\frac{4}{1}$の逆数は$\frac{1}{4}$，$\frac{3}{4}$の逆数は$\frac{4}{3}$である。

c）　a）の中に見いだされた規則はまた被除数が分数の場合にもちゃんと成り立つと定める。それから我々は

$$\frac{2}{3}:\frac{3}{4}=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}$$

を見いだす。

$$a,\ b,\ x,\ y \in N$$
$$\frac{a}{b}:\frac{x}{y}=\frac{a}{b}\cdot\frac{y}{x}$$

分数で割ることは逆数を乗ずることになる。

$$\frac{8}{9}:\frac{5}{6}=\frac{8}{9}\cdot\frac{6}{5}=\frac{8\cdot 6}{9\cdot 5}=\frac{16}{15}=1\frac{1}{15} \qquad 2\frac{2}{9}:4\frac{1}{6}=\frac{20}{9}:\frac{25}{6}=\frac{20\cdot 6}{9\cdot 25}=\frac{8}{51}$$

2．規則の第2の導き方

a）割算の結果は次のようになる。

| A | B | C |
|---|---|---|
| $\frac{1}{3}:8=\frac{1}{24}$ | $\frac{3}{2}:500=\frac{3}{1000}$ | $\frac{4}{7}:3000=\frac{4}{21000}$ |
| $\frac{1}{3}:4=\frac{1}{12}$ | $\frac{3}{2}:100=\frac{3}{200}$ | $\frac{4}{7}:300=\frac{4}{2100}$ |
| $\frac{1}{3}:2=\frac{1}{6}$ | $\frac{3}{2}:20=\frac{3}{40}$ | $\frac{4}{7}:30=\frac{4}{210}$ |
| $\frac{1}{3}:1=\frac{1}{3}$ | $\frac{3}{2}:4=\frac{3}{8}$ | $\frac{4}{7}:3=\frac{4}{21}$ |

どんな法則性が認められますか。

b）認められた法則が続いていくならば，次のことが得られる。

A’
$$\frac{1}{3}:\frac{1}{2}=\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{1}$$
$$\frac{1}{3}:\frac{1}{4}=\frac{4}{3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{1}$$

B’
$$\frac{3}{2}:\frac{4}{5}=\frac{15}{8}=\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{4}$$
$$\frac{3}{2}:\frac{4}{25}=\frac{75}{8}=\frac{3}{2}\cdot\frac{25}{4}$$

C’
$$\frac{4}{7}:\frac{3}{10}=\frac{40}{21}=\frac{4}{7}\cdot\frac{10}{3}$$
$$\frac{4}{7}:\frac{3}{100}=\frac{400}{21}=\frac{4}{7}\cdot\frac{100}{3}$$

結論，AからCまでの中にある規則的なことが，A’からC’までの中にも適用されることを欲するならば，我々は次のように定めなければならない。

$$\frac{a}{b} : \frac{x}{y} = \frac{a}{b} \cdot \frac{y}{x} \qquad a, b, x. y \in N$$

（割算記号は：となっている）

さて，この分数の除法に関する算数的理論づけについては，手を変え品を変え懇切丁寧な指導がされている。懇切で丁寧な指導はよいことではあろうが，それが，とかく長々と理屈っぽいものにしていることを注意すべきであろう。長たらしい理屈づけは，その一行一行については理解できても，全体を理解することは容易ではないし，改めてそれを想起することも困難である。算数での理屈づけというものは，学習者が理解でき納得できるものでなければならないのは当然であるが，同時に，簡潔で一目でその全容がつかめるものであり，学習者がすぐ想起でき，学習者自身が短い言葉で説明できるものでなければならないであろう。大人でも長たらしい大層な理屈には辟易する。長たらしい理屈づけは，結局のところ，学習者の血肉とはならないのである。

分数の除法に関する思想については以上のように一応の総括をしておきたい。

## 参 考 文 献

（1）小倉金之助：『数学教育史』，岩波書店，1973，P．279
（2）同上書（1），PP．280～281
（3）Michaele Stifelio:『ARITHMETICA INTEGRA』, Iohan Petreium, 1544，P．6
（4）同上書（1），P．288
（5）同上書（1），PP．331～333
（6）金子家英：『分数百種問題』，内藤書屋，明治11年（1878）
（7）藤沢利喜太郎：『算術條目及教授法』，（丸善・三省堂，明治28年），復刻版，教育出版センター，1986，P．85
（8）高木佐加枝：『算数（算術）教育の史的研究』，近代新書，1973，P．9
（9）高木佐加枝：『小学算術の研究』，東洋館出版社，1980，P．262
（10）同上書（9），PP．259～273
（11）Ernest R. Duncan, et al:『MATHEMATICS 7』, Houghton Mifflin Company, 1981，P．196
（12）Herausgegeben von Professor Walter Breidenbach:『DIE WELT DER ZAHL NEU 6』, HERMANN SCHROEDEL VERLAG, 1976，P．92
（13）明治の初期から昭和22年（1947）の学制改革前までの算術および算数等の教科書は，次の書物に収録されているものを参考にし，かつ引用させていだいた．
海後宗臣他編：『日本教科書体系，近代編，第10巻～第14巻』講談社，1964