

分数教育に関する史的研究 (Ⅲ)

—— 分数教育の思潮 (その2) ——

石川 廣美

(数学教育研究室)

(平成10年4月30日受理)

A Historical Study of Teaching Fraction (III)

—— The Trend of Thought on Teaching Fraction (2) ——

Hiromi ISHIKAWA

はじめに

第2次世界大戦は昭和20年(1945)に終わった。そして、我国の教育体制は連合軍の占領政策の下に大改革が行われていったのであった。

昭和21年にはアメリカの教育使節団が来日し、この使節団の勧告に基づいて、翌昭和22年には、教育基本法、学校教育法が制定され、小学校6ヵ年、中学校3ヵ年の合計9ヵ年を義務教育とする「六・三制」になった。また学校教育法施行規則によって、小学校の教科は、国語、社会、算数、理科、音楽、図画工作、家庭及び体育などによって編成されることとなり、国民学校時代の「理数科」は解体されて、算数は再び独立教科となった。

本稿では、この学制改革以降の分数教育の思潮について考察する。

尚、この昭和22年から、教科の内容や指導等の基準を示す《学習指導要領》なるものが作られるようになった。これは当初は「試案」であったが、昭和33年(1958)年の改訂以降は「告示」の形式をとるようになり、法的拘束力をもつものとなった。無論、教科書もこれに準拠して編集されていった。このようなことから、本稿での学制改革以後の分数教育の思潮については、これをその時々々の学習指導要領にそって考察していくことにする。

1. 学制改革当時の分数教育

我国で最初の学習指導要領である『学習指導要領一般編(試案)』は昭和22年3月に発行された。この一般編に続き『学習指導要領算数科・数学科編(試案)』¹⁾は昭和22年5月に発行されている。この学習指導要領は、アメリカの Course of Study に範をとったものであり、小学校の算数科から中学校の数学科までの9学年にわたって、学習指導の要領を示している。第

一章は「算数科・数学科指導の目的」であって、これを次ぎのように述べている。

小学校における算数科，中学校における数学科の目的は，日常の色々な現象に即して，数・量・形の観念を明らかにし，現象を考察処理する能力と，科学的な生活態度を養うことである。

そして，第二章には「算数科・数学科学習と子供の発達」について述べ，第三章は「指導内容の一覧表」となっている。これによれば，指導内容の程度などは戦前と大差はない。また，第四章の「算数科・数学科の指導法」のみならず，それ以下の各章をみても，いわゆる生活単元学習の匂いはそれほど感じられない。

さて，分数は第三学年で導入され第六学年で四則計算を完了することになった。さらに，分数教育の思想について，この学習指導要領の特徴的なところは“単位の観念”を強調している点にある。すなわち，この学習指導要領は

計算の合理化の基本的着眼は，すべての数の計算において単位の観念を明確にし，数として把握させることである。

と述べて，整数，分数，小数等のすべての計算について“単位の観念”なるものを基本におこうとしているのである。

例えば，分数の加法について次ぎのように述べている。

$\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ では， $\frac{3}{4}$ は $\frac{1}{4}$ を単位としての 3 であり， $\frac{2}{3}$ は $\frac{1}{3}$ を単位としての 2 であると考えられる。したがって，これを加えるためには，単位をそろえなければならない。 $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ を測ることのできる共通な単位は，明らかに $\frac{1}{12}$ である。 $\frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{4}$ はそれぞれ $\frac{1}{12}$ を単位とすれば，4 と 3 である。 $\frac{1}{12}$ を単位とすれば， $\frac{3}{4}$ は 9 であり， $\frac{2}{3}$ は 8 である。したがって， $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ は $\frac{1}{12}$ を単位として 17 となる。よって

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{17}{12}$$

である。この分数計算では，単位は次のようなものである。

$$\frac{1}{12}, 1, 10, 100, \dots$$

$\frac{1}{12}$ を単位とするところでは，12 を一束にして次の位である整数に移るのである。 $17 - 12 = 5$ として，1 を単位として 1， $\frac{1}{12}$ を単位として 5 であることがわかる。

$$\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = 1 \frac{5}{12}$$

このような“単位の観念”による計算は，結局のところ，分数の計算を整数の計算に還元することに外ならない。

この当時は，諸般の事情から，まだ国定教科書が使用されていて，この教科書は第六期国定教科書といわれている。この教科書では分数は第三学年から第六学年にまでまたがって扱われ

ているのであるが、先の時代にみたような具体的な問題場面から入るといふ方式は必ずしもとられなくなった。例えば『算数第六学年用下』²⁾での(分数)÷(分数)のところは次のようになっている。ここにも“単位の観念”が明確にでているのを見るのである。

四 茂君と実君の共同研究

茂君と実君は、分数をかける計算ができるならば、分数で割る計算もできるはずだと考えて研究した。

割算では、単位をそろえてから計算すればよいことに考えついた。たとえば、次のような割算で、

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{4}$$

$\frac{2}{3}$ と $\frac{5}{4}$ を書き表わすのに、共通な単位分数を用いることを考えた。

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{5}{4} = \frac{15}{12}$$

そこで、 $\frac{2}{3} \div \frac{5}{4}$ を、次のように計算した。

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{8}{12} \div \frac{15}{12} = 8 \div 15 = \frac{8}{15}$$

割算をしているうちに、割算についての規則をみつけた。

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{4} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$$

二人は、割算の方法をどんな規則にまとめたのだらう。また、整数で割る割算の方法も、その規則でまとめられていることがわかった。私たちも考えよう。

~~~~~

分数で割る計算は、その分数の分母、分子を入れかえてかければよい。

~~~~~

この第六期国定教科書の記述ぶりは、上にみるような分数のところだけではなく、すべてのところで親切であり丁寧である。そして、「私たちも考えよう」というように子供に語りかける言葉が多くみられる。これは彼の緑表紙教科書の“数理思想を開発する”という精神を引き継いでいるととれなくもない。

思うに、この時代は終戦直後の大混乱の時代であり、かつまた、我国に進駐してきた米軍の民間情報教育局の意向に従わねばならない時代でもあった。因に、この時の『学習指導要領算数科・数学科編(試案)』には Approved by Ministry of Education (Date Apr. 16, 1947) という英文の添え書きがつけられている。

2. 生活単元学習時代の分数教育

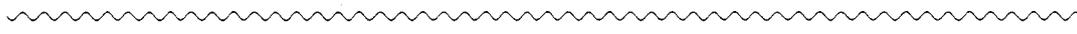
昭和20年代の後半から昭和30年代の前半は、我国がまさに生活単元学習に風靡した時代であった。この生活単元学習は、アメリカの実用主義哲学に基づく進歩的理論であったが、しかし、我国が取り入れようとした頃には、既にアメリカにおいては批判されつつある教育理論であった。この生活単元学習では社会科や理科が核となり、算数や国語はその周辺におかれた。これすなわちコアカリキュラムである。

この生活単元学習を推進すべく、昭和26年(1951)に学習指導要領は改訂され(第1回の改訂)、『小学校学習指導要領算数科編(試案)』³⁾および『中学校・高等学校学習指導要領数学科編(試案)』⁴⁾が発行された。これらはいずれも300ページにもおよぶ膨大なもので、算数教育の目標も40ページにわたって述べられているが、要するに算数数学教育は生活問題の解決を目的とするというのであった。

算数・数学教育での生活単元学習なるものの実態は、この学習指導要領の趣旨にそって編集

改訂 新しい算数六年下

目 次	
私たちの家……………4	冬休みの日記から……………70
家の広さ……………5	よし子さんの日記……………71
しき地の広さ……………9	年の暮れの買物……………72
田畑の広さ……………11	貯 金……………75
単元のまとめ……………14	算数の勉強……………79
きょう土の地図……………24	単元のまとめ……………81
地図としゅく図……………25	私たちの国土……………88
曲がった道の長さ……………29	人口と面積……………89
岩田村の地図……………32	食 料……………92
岩田村の面積……………34	水 力 発 電……………94
単元のまとめ……………37	貿 易……………96
火さいの調べ……………46	単元のまとめ……………99
日本の火さい……………47	6年生のまとめ……………106
火さいの原因……………49	いろいろな計算……………107
円グラフのかき方……………55	表とグラフ……………111
単元のまとめ……………58	いろいろな計器……………114
	いろいろな問題……………119



目 次	
一年生の数学 上巻	
I 校庭の春……………7	III 海へ山へ……………97
1 中学生……………9	1 汽車の旅……………99
1 1年生……………9	1 地図をながめて……………99
2 全校生徒数……………12	2 列車時刻表……………102
3 全国中学校の生徒数……………13	3 列車の速さ……………105
2 学校の費用……………18	4 運賃の計算……………106
1 学級の会計……………18	5 旅行の計画……………107
2 学校の経費……………21	2 船の旅……………112
3 早く学校になれよう……………27	1 淡路島遠足の計画……………112
1 登校の道……………28	2 船に乗って……………115
2 学校の敷地と校舎……………32	IV スポーツの秋……………125
3 図書室にある本……………39	1 野 球……………126
II ホームルーム……………49	1 トーナメントとリーグ戦……………127
1 よい中学生……………51	2 打率と勝率……………130
1 掃除当番の割当……………52	2 運動会……………137
2 日 課 表……………61	1 プログラム……………137
2 よいからだ……………76	2 運動会競技場と運動用具……………140
1 欠席調べ……………76	3 競技の記録……………144
2 身体検査……………82	4 運動会の成績……………149

された算数および数学の教科書の目次をみただけで一目瞭然となるであろう。例えば、ある出版社の『改訂 新しい算数六年下』⁵⁾ や別の出版社の中学校の教科書『一年生の数学上』⁶⁾ の目次は上のようである。

今日の人々は、この目次をみて、これが算数の教科書であり数学の教科書であると気付くであろうか。このような「私たちの家」とか「きょう土の地図」などといったテーマのもとで、分数はちょろちょろと小出しにされて、小学校の第一学年から第六学年までの6年間、そして中学校にまでまたがって取り扱われた。

さて、この『小学校学習指導要領算数科編（試案）』は「実際の場において」「具体的な経験

をとおして」「具体物や半具体物を使って」ということを強調し、これを算数全体を通しての一貫した原則としたのであった。分数もまたこの原則の下に指導することとなっている。例えば、第六学年での分数に関する7番目の記述は次のようである。

7. 実際の場合において、分数を整数で割る計算をする能力を伸ばす。

- (1) 具体物や半具体物を使って、分数の分子が除数の整数で割り切れる場合についての計算をする。
- (2) 具体物や半具体物を使って、単位分数を整数で割る計算をする。
- (3) 具体物や半具体物を使って、分数の分子が除数の整数で割り切れない場合についての計算をする。
- (4) 具体物や半具体物を使って、帯分数を整数で割る計算をする。

さらに特徴的な点は、小学校での分数の指導内容は、この(分数)÷(整数)までであって、(分数)×(分数)、(分数)÷(分数)などは中学校での指導内容となっていることである。これは一見不自然のように見えるが、それは上の原則のもとでは当然であったと考えられる。すなわち、「実際の場合において」あるいは「具体物や半具体物を使って」の計算は整数計算であって、掛算は同数累加、割算は包含除、等分除に止まる。従ってそこでは(分数)×(分数)、(分数)÷(分数)の指導は困難である。それゆえ、分数での乗除は小学校での内容とはしなかったと考えられるのである。黒田孝郎は「実際の場合においてとか具体物や半具体物を使って理解することの出来るものに限るという学習指導の原則からは、分数での乗除などを小学校では指導しないようにすることは当然であり、きわめてすじの通ったものである」⁷⁾と述べている。

算数の学習指導要領がこのように筋を通したものであることは、次の『中学校・高等学校学習指導要領数学科編(試案)』をみれば一層明らかとなるであろう。この学習指導要領は「中学校数学科の指導内容の説明」の中で以下のように述べている。

乗法については、小学校では、累加として理解してきているとみてよいであろう。また、除法については、包含除・等分除の意味を理解してきている。中学校では、これらの復習から指導が始まるが、乗法について、いつまでも累加の意味にだけとどまっていると、小数や分数による乗法や除法の意味が理解できず、これらの用法や比例の概念などの指導がむずかしいものになる。

そして、「累加としての乗法から、一般の乗法へと高めていくには、次のような段階を経ていくのが妥当であろう」といい、以下のような詳細な記述をしているのである。

- (1) 乗法は、同じ数を何回か加え合わせる計算であること。
- (2) 除法は、乗法の逆の計算であって、次の二つの場合があること。
 - (a) Aを何回加え合わせたらBになるか、その回数を求める。
 - (b) Bは、どんな数をA回加え合わせたものか。
- (3) (2)の(a)の回数としては、端下の出る場合がある。そして、この端下は、小数

や分数で表すことができる。

- (4) このように、BをAで割った数は、加え合わせる回数というよりも、Aを単位にしてBを測った値、すなわち、BのAに対する割合と考えたほうがよい。
- (5) Aを基準にしてBを表わした割合が整数になるときは、Aと同じ単位でBを表わそうとするには、Aにその割合をかければよい。
- (6) Aを基準にしてBを表わした割合が $\frac{q}{p}$ になるとき、BをAと同じ単位で表わそうとするには、Aをp等分したものを基準に考え、その量をq倍すればよい。
- (7) Aを基準にしてBを表わした割合が小数や分数になるときも、Aと同じ単位でBを表わすのに、Aにその割合がかけることにしておくと、割合が整数でも、小数・分数でも、同じ考えの場合が同じ計算で表わせるから便利である。

すなわち、除法の商の意味が、単なる累加の回数から、一方を基準にした他方の割合（あるいは、一方を単位にして他方を測定した値）にまで高められること、除法と乗法とが互いに逆の演算であることが、前もって理解されていてはじめて、比の計算としての乗法が理解されるのである。

こうして、乗法の意味が発展してくれば、除法の意味もそれに応じて、次のように発展する。

除法には、次の二つの意味がある。

- (8) B, Aが同じ単位の量を表わすとき、 $B \div A$ は、Aを単位にしてBの大きさを表わす。いいかえると、Aを基準にして、BのAに対する割合を求める計算である。（前の（2）aの発展）
- (9) pが、Bをある量を基準にして表わした割合であるとき、 $B \div p$ は、基準の量を、Bと同じ単位で求める計算である。（前の（2）bの発展）

このように、分数教育に関連して“割合”なる概念が強調されている。すなわち、整数での乗除から分数での乗除に移行するのに割合を媒介にするというのである。このことも、この時の分数教育思想の顕著な特徴である。

割合という概念は実体概念ではなく関係概念であって、それゆえに難しい概念である。それをここで、このように取り上げているのは、分数での乗除が小学校での内容ではなく、中学校でのそれであったからだと考えることもできる。我々はそのことに留意しておく必要がある。実は、次の節でみるように、昭和33年（1958）に改訂された学習指導要領では、この割合概念による分数教育が小学校で行われるのである。

割合概念による分数教育については次節で詳しく考察していくことにする。

3. 系統学習時代の分数教育

戦後の混乱、社会制度や教育制度の急激な変革などの要因もあったにせよ、社会的有用性を重視するあまり、算数数学の系統性や論理性を軽視した生活単元学習によって、算数数学の学力は低下した。これはアメリカの教育理論を無批判に輸入した当然の結果であったといえなくもない。実際、昭和29年（1954）に発行されたMERA（Mathematical Education Research Association）編『数学教育の諸相』において、当時の我国の数学教育者等は、いみじくも、

次のように述べている。

米国の数学教育が、その是非はともかく、わが国の数学教育に与えた影響は大きい。敗戦の空白は、われわれに、数学教育の各方面について冷静な判断を許す余裕をもたらさなかった。可成りの点で、米国の識者の見解を誤解しているとさえいえる。彼等の問題点が、あたかも、何の問題もないかの如く、輸入されさえした。⁸⁾

生活単元学習での分数教育については、概ね次のような点が指摘された。

- (1) 分数についての系統的理解が不十分で、諸々の学力検査の結果、分数についての学力は低下している。
- (2) 分数を学習する期間が小学校の1年から中学校の1年までと、あまりにも長く間延びしすぎている。分数の四則計算は小学校で仕上げることが過去の経験からみても適切である。
- (3) 分数が小学校と中学校とに分割されているために、次のような欠陥が生じている。
 - (イ) 中学校で分数の乗除を導入した後でさえ、整数の範囲での乗除によって問題を解決しようとする傾向がある。
 - (ロ) 分数が計算の対象としての数にまで一般化されにくい。
 - (ハ) 中学校での文字や図形の求積の指導等がおくれてきている。

生活単元学習は厳しい批判を受け、なおまた科学技術教育の振興が叫ばれたこと等から、文部省は昭和33年(1958)に小学校および中学校の学習指導要領を改訂し、新しく『小学校学習指導要領算数』⁹⁾『中学校学習指導要領数学』を告示した。これによって算数数学教育は系統学習に復帰し、内容もほぼ戦前の程度にまで戻ったのであった。

この学習指導要領では、算数の目標は次のような5項目に整理されている。

目 標

1. 数量や図形に関する基礎的な概念や原理を理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出すことができるようにする。
2. 数量や図形に関する基礎的な知識の習得と基礎的な技能の習熟を図り、目的に応じ、それらが的確かつ能率的に用いられるようにする。
3. 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解させ、具体的なことがらや関係を、用語や記号を用いて、簡潔・明確に表わしたり考えたりすることができるようにする。
4. 数量的なことがらや関係について、適切な見通しを立てたり筋道を立てて考えたりする能力を伸ばし、ものごとをいっそう自主的、合理的に処理することができるようにする。
5. 数学的な考え方や処理のしかたを、進んで日常生活に生かす態度を伸ばす。

この学習指導要領は、確かに系統学習を目指したのであるが、この目標の(5)によっても明らかなように生活単元学習を完全に払拭しているとはいえない。

今回の算数の学習指導要領の特徴的なところを具体的に列挙すれば次のようになるだろう。

- ① 算数教育を系統学習に戻そうとしたこと
- ② 算数の指導時間数を増やしたこと
- ③ 「数学的な考え方」なるものを強く打ち出したこと
- ④ 「数量関係」という領域を設けたこと
- ⑤ 小数分数の乗除など、先の学習指導要領では中学校に移っていた内容を再び小学校での内容としたこと

さて、分数での乗除の意味を割合概念によってつけることは、生活単元学習時代には中学校で行われていたのであったが、それを今回の学習指導要領は小学校で行なうことにしている。これは小学校での計算指導の原理が、従って勿論、分数指導の原理が、生活単元学習時代のような「具体物や半具体物を使って」などというものから変わったことを意味するのであって、これはまさに算数教育の思想の大変質である。

すなわち、ここでは第4学年から第6学年にわたって《割合》という項目をたてて、以下のように分数教育をしていこうとしたのである。

第4学年

(割合)

- (1) 二つの数量の割合について理解を深める。

ア たとえば、二つの量A, Bについて、Aの大きさを2とみるとき、Bの大きさが3とみられるという考え方や、また、そのとき、AはBの $\frac{2}{3}$ であり、BはAの $\frac{3}{2}$ であることなどを知ること。

- (2) 簡単な場合について、割合の計算のしかたをまとめて理解させる。

この(2)については“指導上の留意事項”を次のように述べている。

割合が整数で表される場合(整数倍)について漸次計算の仕方をまとめ、比の三つの用法に発展する基礎を固めるようにすること

第5学年

(割合)

- (1) 同種の二つの数量A, Bの割合を表すのに、整数、小数および分数を用いることや、それに関する計算の基本的な場合について理解させる(A, Bが整数または小数の場合)。

ア AのBに対する割合(p)を一つの数で表すのに、 $A \div B$ を用いること、ならびに、その割合(p)を整数、小数および分数で表すこと(比の第一用法)。

イ pが小数で表される場合にも、Aは $B \times p$ として求められること(比の第二用法)。

ウ $A \div B$ がpで表されるとき、Bを1とみると、Aがpで表されること、およびpが1より大きいかわかりか、AがBより大きいかわかりか。

- (2) 百分率および歩合の意味について理解させる(100%およびそれ以上の百分率の意味を含む)。

- (3) 異種の二つの数量についての割合を表すのに、一方の一定量に対する他の量の大きさをを用いたり、「単位量当たり」の考え方をを用いたりすることを理解させ、数量の関係を調べるのにこれを用いる能力を伸ばす。

そして、“指導上の留意事項”として「乗数・除数が小数である場合の計算の意味とその方法の指導について、次のことに留意すること」とし、以下のように述べている。

乗法については比の第二用法、除法については比の第一および第三用法と、それぞれ関連させること。ただし、第三用法については、主として第6学年で指導すること。

第6学年

(割合)

- (1) 比の三つの用法について理解を深め、これを有効に用いることができるようにする。
- ア AのBに対する割合(p)は $A \div B$ で求められること(比の第一用法)。
 - イ Aはpが分数および小数のときも $B \times p$ として求められること(比の第二用法)。
 - ウ Bはpが分数および小数のときも $A \div p$ として求められること(比の第三用法)
- (2) 割合が百分率および歩合で表されている場合にも、比の三つの用法を用いることができるようにする。

ここでいよいよ乗数・除数が分数である場合の計算の意味とその方法の指導についての留意事項を次のように述べている。

乗法については比の第二用法、除法については比の第一および第三用法と、それぞれ関連させること。

このように、割合概念を中核に据え、乗法については比の第二用法、除法については比の第一および第三用法に関連させて、分数での乗除の意味づけとその方法を指導するというのである。これはまた、形式不易の原理に着目させようとするものでもある。実際、この時の『小学校算数指導書』は次ぎのように述べている。

分数計算の指導にあたっては、整数や小数の場合に成立した関係を、なるべくそのまま用いるようにするという、いわゆる形式不易の考えにも着目させ、その意味を理解させておくことが重要である。¹⁰⁾

ところで、割合概念を中核に据え、割合分数を強調したこの学習指導要領の分数教育の思想については、多くの疑問や批判がでてきたのであった。とりわけ、遠山啓を会長とする数学教育協議会(数教協)はこの割合分数主義を痛烈に批判した。遠山らは、割合分数思想なるものは、「算術に理論なし」とか「苟安姑息な説明をせず」とした明治時代のあの藤沢利喜太郎の

思想を受け継いだものであるともいって批判した。例えば次ぎのように言っている。

もともと分数や小数は量—連続量—から生まれてくることは疑問の余地のないことである。このような分数や小数を量の追放をスローガンとする数え主義が正しく処理することは不可能である。したがって、黒表紙では分数の計算規則は単なる規約として天下りにおしつけるほかなかった。今でも黒表紙で教わった人のあいだには、分数はよくわからぬという人の多いのは当然であるといえる。

量の追放を主張した藤沢理論は形をかえて今日でも生き残っている。それは、いわゆる割合分数である。これは $\frac{2}{3}$ のような分数を1つの連続量の抽象とはみないで、2:3という2つの整数の割合としてみるというのである。 $\frac{2}{3}$ を1つの実体概念としてではなく、関係概念としてとらえようとするもので、その思想的な先祖は数え主義である。その意味で割合は数学におけるマッハ主義である。¹¹⁾

一方、この数協協が提唱する《水道方式》には真っ向から反対する塩野直道も、連続量からの導入や割合に関しては次のように述べている。

この難物（分数のこと）の導入には、連続量の表現によるのがよく、このことは、水道方式をまつまでもなく、広く取られているやり方です。分数の導入以前に、割合をもってくることは確かによくないと思います。これは、水道方式論者の主張以前から私の強く主張してきたところであります。¹²⁾

このように、割合分数は数教協のみならず、数教協に反対する立場の人達からも批判された。それゆえか、次の学習指導要領では《割合》なる項目は姿を消し、また、割合分数思想は後退したかにみえるのである。

4. 現代化時代の分数教育

我国の算数・数学教育が系統学習に復帰し、ようやくアメリカ色から脱却した頃、すでに世界の算数・数学教育はいわゆる“数学教育の現代化”の時代を迎えつつあった。この数学教育の現代化の嵐はアメリカ、ヨーロッパを襲い、そして少し時間をおいてついに我国にも吹いてきた。

昭和44年（1968）、学習指導要領は改訂された。先の昭和33年の改訂では、系統学習に復帰したとはいえ、まだ算数教育の目標の中に「日常生活に生かす態度を伸ばす」という文言があるなど、生活単元学習の名残もみられたが、今回の改訂学習指導要領はそれを完全に払拭したもので、現代化路線にそった数学的色彩の強いものとなった。その代表格は集合の導入であって、「小学校に集合が入ってきた」等といって大騒ぎになったのであった。

今回の『小学校学習指導要領算数』¹³⁾は、算数の目標を次のように述べているが、率直に言って、ここには少し“力み”のようなものを感じるのである。

日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、統合的発展的に考察し処理する能力と

態度を育てる。

さて、数学教育の現代化を志向した今回の学習指導要領では、分数教材も他の教材と同様に、これを著しく数学化しようとしたのは言うまでもない。その端的な例として、まず始めに学習指導要領の中の次のところを取り上げてみておきたい。

第5学年 内容A (5) イ

一つの分数の分子、分母に同じ数を乗除してできる分数は、もとの分数と同じ大きさを表すことを知ること。また、このようにしてできる分数の集合に着目すること

これについて、今回の学習指導要領に基づく『指導書』の作成に携わった方々は次のように述べている。

いろいろな分数のうち、分子と分母に同じ数を乗除してできる分数をすべて集めてみる。たとえば次のような集合ができたとする。

$$\left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots \right\}, \quad \left\{ \frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \dots \right\}$$

これらは、それぞれ互いに等しい分数を要素とした集合である。この集合の代表としては、どの要素を選んでよいが、一番簡単な形をしている

$$\frac{1}{3}, \frac{3}{4}$$

を選らぶのが普通である。そして、ある分数を簡単にする（約分，5年）ということは、その属する集合の代表要素を作ることになる。

また、異分母分数の加減，例えば

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{4}$$

は $\frac{1}{3}$ ， $\frac{3}{4}$ の属する集合の中から、分母の等しい分数を選び出し

$$\frac{4}{12} + \frac{9}{12}$$

と計算してもよいという考えによるわけである。¹⁴⁾

学習指導要領にいう「分数の集合に着目すること」とはこのような意味であって、現代化を志向する分数教育の思想は、従来のそれとは全く質を異にするものであることが、この例で明らかであろう。

この“集合”と並んで特徴的な点は、今回の学習指導要領には「統合的発展的に考察し処理する」という目標が掲げられていることである。分数教材もこの目標にそって、その取り扱い方を従来とは大きく変えようとしている。例えば、第6学年の指導内容には「数についての理解をまとめる」という、これまでになかった項目がおかれた。

第6学年 2. 内容A 数と計算

(2) 数についての理解をまとめる。

ア 整数，小数と分数の相互の関係について調べること。

イ 大小，相等がきまることや数直線上の点との対応関係について調べること。

ウ 四則の計算についての可能性，および加法，乗法に関して結合，交換，分配の法則がなりたつことなどについて調べること。

エ 数は，二つの数量A，Bについての割合（Bを単位にしてAを測ったときの値）を表しているともみられること。

これは，もう少し具体的に述べれば次のようなものであることが，この学習指導要領に基づく『指導書』の作成に携わった方々の書物¹⁴⁾等から窺えるのである。

アについて

① 整数，小数，分数の包含関係を調べる。それによって，分数がより一般的な数としてみられるようにする。

② 分数を小数になおすと循環小数になる場合なども経験させる。

要するに，分数を有理数としての見方に立って理解させていくようにするというのであろう。

イについて

① 分数と分数との間，小数と小数との間，あるいは分数と小数，分数と整数との間等々で，相等や大小関係がきめられることを調べる。

② 整数，小数，分数の数としての共通な性質について，さらに理解を深めるために，数と数直線上の点とを対応させて表したり，これをよませたりする。これによって，これらの数に共通な性質として順序性があることを認識させる。また整数では相隣る二つの整数の間にはもはや整数は存在しないが，分数ではどのような二つの分数の間にも無数の分数が存在すること，すなわち稠密性を認識させる。

要するに，いわゆる順序的構造や位相的構造のようなものを直感的に認識させようというのであろう。

ウについて

① ある数の集合について，ある計算がいつでもできるかどうかを調べる。すなわち演算に関して閉じているかどうかを調べる。

数を分数にまで拡張すると，そこでは加減乗除が自由にできること，すなわち四則演算に関して閉じていることを調べる。

② 整数，小数，分数に共通な性質として次の法則が成り立つことを調べる。

$$\text{結合法則} \quad (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$\text{交換法則} \quad a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$\text{分配法則} \quad a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

これは要するに代数的構造について調べるということに外ならない。

エについて

① 数を割合数とみることによって統一的な見方をする。すなわち，小数，分数のある大きさを単位として測ったときの値を表しているという見方をする。

② このような見方によって、小数や分数の乗除の意味づけがされていることをみる。

この(エ)は割合概念である。割合は今回の学習指導要領では項目の中からは消滅している。しかし割合そのものが消滅したのではない。その一つの証左が上の(エ)である。小数や分数の乗除については割合概念によるという考え方が、今回の学習指導要領でも引き継ぎとられているのである。

以上の考察から明らかなように、数学教育の現代化を志向したこの学習指導要領は、その思想に基づいて、分数を著しく代数化し数学化しようとするものであった。

5. ゆとりの時代の分数教育

数学教育の現代化については、アメリカでは当初から慎重論や、危惧や批判の声があったのであるが、結果的にはそれが現実のものとなったといえよう。

我国での数学教育の現代化も、結局のところ、期待された成果をあげることはできなかった。それどころか、この数学教育の現代化の時代には、算数数学での“落ちこぼれ”，否，“落ちこぼし”が教育問題のみならず、大きな社会問題となった。そして、看過してはならないことは、世論が数学教育の現代化を批判してきたことである。これは前代未聞の出来事であった。少しおおげさにいえば、数学教育の現代化は世論の袋だたきにあったのである。このような教育的社会的情勢を受けて、数学教育の現代化を志向した小学校、中学校、高等学校の算数数学の学習指導要領は全て改訂されることとなった。

昭和52年、新しい『小学校学習指導要領算数』¹⁵⁾が告示された。ここでは

- 人間性豊かな児童生徒を育てること
- ゆとりのある学校生活が送れること
- 基礎基本を重視すること

等がうたわれた。これらは蓋し当然のことではあるが、人間性豊かな児童生徒を育てるとか、基礎基本の重視とか、“ゆとり”などということをうたわなければならなかったところに、じつは深刻な教育的社会的問題があったといえよう。

算数の目標は次のように改められた。

数量や図形について基礎的な知識と技能を身につけ、日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、処理する能力と態度を育てる。

すなわち、前回にあった「統合的発展的に云々」という“力み”を感じさせる文言は削除され、代わって「数量や図形について基礎的な知識と技能を身につけ」という文言がおかれて、算数にふさわしいものになったのである。

この学習指導要領は、分数を第3学年から第6学年までにまたがって扱うことにしている。前回の学習指導要領では第2学年に

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ などの簡単な分数を知ること

があったが、今回はこれを削除して、第3学年から扱うことにしている。これは現代化の反省とか“ゆとり”とは無関係に、児童の発達段階および学習の能率等を考慮しての変更であると

考えられる。

これとは別に、現代化の行き過ぎを反省し、その上に立っての変更とみられるものが多くある点を指摘しておかなければならない。例えば

第5学年 内容A 数と計算(5) イ

は、前回は

一つの分数の分子、分母に同じ数を乗除してできる分数は、もとの分数と同じ大きさを表すことを知ること。また、このようにしてできる分数の集合に着目すること。

となっていたのが、今回は、これが単に

一つの分数の分子及び分母に同じ数を乗除してできる分数は、元の分数と同じ大きさを表すことを知ること。

となって、「このようにしてできる分数の集合に着目すること」という、行き過ぎた数学化とみられる部分は削除されている。

また、例えば、前回の学習指導要領での

第6学年 内容A (2) 数についての理解をまとめる

は、今回次のように改正されている。

(2) 数と計算についての理解を深める。

- ア 整数や小数と分数の相互関係について調べること。
- イ 数の相違や大小がきまること及び数直線についての理解を深めること。
- ウ 四則計算の可能性などについて調べること。
- エ 数が不確定な事象のおこる程度を表すのにも用いられることを知ること。

これは、「(2) 数についての理解をまとめる」が「(2) 数と計算についての理解を深める」となり、「イ・・・, 数直線上の点との対応関係について調べる」が「イ数直線についての理解を深める」となっているのである。また、(ウ)では「加法, 乗法に関して結合, 交換, 分配の法則がなりたつことなどについて調べる」が削除されている。このように、ここでも行き過ぎた数学化とされる部分は修正もしくは削除されている。

尚(エ)には、前回にあった「数は、二つの数量A, Bについての割合を表しているともみられること」が全面的に削除され、全く別の事柄が挿入されている。これは、あの割合概念なるものによって分数の乗除の意味づけをするという思想を、必ずしも主張しないことにしたとみてよいであろう。

このように、現代化時代の代数化・数学化を志向した分数教育の思想は大きく後退した。しかし、これは現代化以前の分数教育の思想に帰ったということではない。また、現代化を全く否定したというものでもないのである。例えば、上の(ウ)では

四則計算の可能性などについて調べる

というように、「など」という文言がついているところをみると、控えめながら、結合, 交換,

分配等の法則についても調べることに採れなくもない。

いずれにしても、今回の学習指導要領は、現代化の行き過ぎは改めたが、現代化を放棄したのではなく、算数教育に相応しい分数教育の現代化を行っていかうとしているように思える。

6. 情報時代の分数教育

情報時代、コンピューター時代を迎えて、算数・数学教育もこれに対応することが必要になってきている。このようなことから、平成元年（1989）、学制改革以来6度目の学習指導要領である『小学校学習指導要領算数』¹⁶⁾が告示され、算数の目標は次のようになった。

数量や図形についての基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、数理的な処理のよさが分かり、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

これは、従前の目標の上に「数理的な処理のよさが分かり、進んで生活に生かそうとする態度を育てる」を加えたものであり、ひかえめながらも情報時代・コンピューター時代を意識してのことであるとみることができよう。

この度の学習指導要領の一つの顕著な特徴は、上の目標の中にもみられるように、《よさ》ということを目録や内容として取り上げている点にある。この《よさ》という言葉は、算数のみならず、中学校や高等学校の数学でも取り上げられており、小学校・中学校・高等学校を通じて一貫した思想となっていることに注意しておかなければならない。実際、小学校と同じく平成元年に告示された『中学校学習指導要領数学』¹⁷⁾および『高等学校学習指導要領数学』¹⁸⁾での数学の目標は次のようになっている。（傍点筆者）

中学校学習指導要領数学

数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる。

高等学校学習指導要領数学

数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数理的に考察し処理する能力を高めるとともに数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる。

このような小学校・中学校・高等学校を通した一貫思想のもとに、小学校での分数に関しては、例えば第3学年で

簡単な場合について、小数及び分数について知り、それらを適切に用い、漸次それぞれのよさが分かるようにする。

と述べている。

算数・数学での目標や内容として《よさ》ということを取り上げるのは結構ではあるが、しかし、これは算数・数学教育の実践にとって、とりわけ小学校の算数の中では、むつかしい数学的側面もある点に留意しておかねばならないであろう。本来、分数のよさは、分数の第二義、すなわち、除法の結果を除数と被除数とを一緒にして表すところとか、同じ値に対していろいろな表現をもつところとか、四則演算に関して閉じていることとか、さらには、二つの分数の間に無数の分数があること等々にあるのであって、児童・生徒が分数のよさを本当に感得するのは容易ではない。

しかも、分数のよさは、後に代数を学習するようになって深く感得されるものであろう。《よさ》が小学校から高等学校までにまたがった算数・数学教育の目標や内容となっていることに鑑みても、分数のよさの鑑賞が小学校で完了するものと考えてはならない。

《よさ》とか《美しさ》とかを知り感得するのは、鑑賞することである。鑑賞は国語教育とか芸術教育の中だけでなく、算数・数学教育の中でも取り上げていくべきであって、このことは、早くから筆者の主張してきたところである。¹⁹⁾しかし、算数・数学教育での鑑賞には、いわゆる文学鑑賞とか芸術鑑賞とは違った独特なむつかしさが内在するのである。しかも《分数のよさ》については、コンピューター時代には、小数との絡みなどもあり、今後の分数教育の一つの課題になると思われる。

今回の算数の学習指導要領は、この分数のよさを取り上げたことと、前回は第5学年で扱っていた分数の簡単な乗除を、第6学年での分数の乗除に吸収したこと以外には、前回とほとんど変わりはない。従って、課題を残しつつも、学習指導要領の上では、分数教育は安定的であるといえよう。

7. 本研究の終わりに

明治5年(1872)の学制頒布より平成の今日まで、分数教育はおよそ130年にわたって脈々と行われてきた。その間、分数教育の思想には幾多の変遷はあったが、分数教育そのものは、きわめて安定的であった。しかし、コンピューター時代を迎えて、分数教育は転機に立たされているように思われる。

周知のように、コンピューターは数学の教育課程を変えつつある。数学教育は、その目的や内容それに方法について根本的ともいえるほどの変革を求められるかも知れない。その際は分数教育も例外ではありえないであろう。

確かに、日常生活に分数の計算が必要なことはほとんどないし、もし必要なときには分数計算ができる電卓がある。しかも、コンピューター時代では分数よりも小数の方が有用であろう。従って、分数の学習に多くの時間をかけることは止めるか、さらには算数から分数を削除して、分数の学習に費やしている時間を、もっと必要な内容を学ばせる方に振り向けるべきだとする論説さえ、かなり前からであるのである。²⁰⁾分数教育はその意義を失っていくのであろうか。

算数・数学教育とコンピューターとの関連については、長期的な展望はおろか、十年先の見通しを述べるのさえ困難である。けれども、どのような時代になっても分数は算数・数学教育の重要な教材であり続けるであろう。それは、分数の教育的意義が分数計算の結果を知るためや日常生活の必要のため等にだけあるのではなく、後々の数学の学習のためにもあるからである。竹之内脩も指摘している通り、²¹⁾分数は数学の本質である抽象化への大切なステップであ

り、分数概念や分数計算の原理の理解なくしては、その後の数学の学習に大きな支障を来すのは明らかである。

勿論、分数の四則計算の練習を従来のようにする必要はなくなるであろう。これまでの分数教育はその成果を、結局のところ、分数の四則計算ができるか否かで判定してきた。それほど分数計算の技能が重視されていたといえよう。しかし、これからの分数教育は、分数の四則計算の技能ではなく、分数の概念や分数計算の原理の理解に力点をおいた指導をしていくことになると考えられる。

最後に、明治5年の学制頒布から今日までの、およそ130年間について、分数が指導された学年の変遷の様子を総括して示しておくことにする。

分数指導学年の変遷

		小 学 校						中 学 校		
		1年	2年	3年	4年	5年	6年	1年	2年	3年
明治5年 (1872)	学制頒布			○	◎					
明治19年 (1886)	学制制度確立					○			◎	
明治38年 (1905)	第一期国定教科書 (黒表紙)						○ ◎			
明治43年 (1910)	第二期国定教科書 (黒表紙)						○ ◎			
大正7年 (1918)	第三期国定教科書 (黒表紙)						○ ◎			
大正14年 (1925)	第三期国定教科書 改訂版(黒表紙)				○	◎				
昭和10年 (1935)	第四期国定教科書 (緑表紙)			○		◎				
昭和16年 (1941)	第五期国定教科書 (青表紙)			○		◎				
昭和22年 (1947)	第六期国定教科書			○			◎			
昭和22年 (1947)	学制改革			○			◎			
昭和26年 (1951)	生活単元学習	○						◎		
昭和33年 (1958)	系統学習復帰			○			◎			
昭和43年 (1968)	現代化		○				◎			
昭和53年 (1977)	ゆとり			○			◎			
平成元年 (1989)	情報化			○			◎			

(注) (1)学年は現行制度の学年に換算している。
(2)○印は分数の導入を、◎は分数の四則の完了を表す。

参 考 文 献

- (1) 文部省：『学習指導要領算数科・数学科編（試案）』，1947
- (2) 文部省：『算数第六学年用下』，東京書籍，1947，PP.97～98
- (3) 文部省：『小学校学習指導要領算数科編（試案）』，1951
- (4) 文部省：『中学校・高等学校学習指導要領数学科編（試案）』，1951
- (5) 彌永昌吉編：『改定新しい算数，六年下』，東京書籍，1952
- (6) 大阪書籍数学編集委員会編：『一年生の数学上』，大阪書籍，1952
- (7) 小倉金之助，黒田孝郎：『日本数学教育史』，明治図書，1978，P.112
- (8) MERA編：『数学教育の諸相』，国民図書刊行会，1954，P.1
- (9) 文部省：『小学校学習指導要領算数』，1958
- (10) 文部省：『小学校算数指導書』，1960，P.160
- (11) 遠山啓：「数学教育における量の問題」，『数学セミナー』，第一巻，第5号，日本評論社，1962，P.20
- (12) 塩野直道：『水道方式を批判する』，啓林館，1962，P.51
- (13) 文部省：『小学校学習指導要領算数』，1968
- (14) 川口延編：『改定小学校学習指導要領の展開，算数科編』，明治図書，1968，P.53，P.250～253
- (15) 文部省：『小学校学習指導要領算数』，1977
- (16) 文部省：『小学校学習指導要領算数』，1989
- (17) 文部省：『中学校学習指導要領数学』，1989
- (18) 文部省：『高等学校学習指導要領数学』，1989
- (19) 石川廣美：「数学教育における鑑賞について」，日本教科教育学会誌，第4巻，第2号，1979
- (20) 仲田紀夫：「分数の教科心理学的分析—算数教育における分数無用論の背景—」，日本数学教育学会誌，第65巻，第6号，1983，P.8
- (21) 竹之内脩：「コンピューターは数学の教育課程をどう変えるか」，数学教育学会研究紀要（臨時増刊），1997，PP.24～25