愛媛大学教育学部紀要　教育科学　第47巻　第1号　87～102　2000

帰納および類推による説明に対する生徒の反応

藤　本　義　明
（数学科教育研究室）

（平成12年6月1日受理）

Pupil's Reactions to Explanations by Induction and Explanations by Analogy

Yoshiaki FUJIMOTO

Ⅰ　序

数学教育の目的の重要な要素として，論理的思考力の育成を挙げることができる。しかし，数学教育で育てられる論理的思考力とは何か，それはどのようにして育てられているかということについて，これまでまとまった研究成果は出ていないようである。証明と論理規則に関する研究については，いくつかの研究の成果が発表されてきてはいるが，それは論理的思考力の一部にすぎない。証明と論理規則以外の論理的思考力の研究としては，Galbraith①の研究がある。彼は，反例に対する子どもの意識について調査した。論理的思考の育成のためには，演繹や証明を中心とした論理的思考の研究をふまえて，さらに，数学教育の論理的思考の育成に向けたより広い観点から研究が必要である。本研究はそのような研究の一端を担おうとしている。

Ⅱ　目的

論理的思考のうち代表的なものは演繹，帰納，類推である。当然のことであるが，演繹は，ある命題を作り上げるときにも，ある命題が正しいことを説明するときにも用いられる。しかし，帰納と類推はある命題を作り上げるときに用いられるが，ある命題が正しいことを説明するときに用いることはできない。それにもかかわらず，我々は，授業において，子どもがある命題が正しいことを帰納や類推を用いて説明し，他の子どもがそれを聞いて納得している場面を見ることがある。さらに，子どもだけでなく数学の教師自身が演繹による説明や類推による説明を行うこともある。たとえば，数個の二元一次方程式のグラフが直線になることを確認したあとで，『二元一次方程式 $ax+by=c$ のグラフは直線である』②とまとめるときのように，知らず知らずのうちに，あるいは意図的に，帰納や類推による説明で生徒を納得させようとする

ときもある。

子どもの論理的思考を育てるためには，演繹，帰納，類推を適切に使い分けることができる子どもを育てなければならない。しかし，実際には帰納や類推が説明に利用されるという事実を考えると，次のような疑問が生じる。

①帰納や類推による説明は，生徒の発達段階においてどのように変化するのか。

②帰納や類推による説明は，数や図形といった，内容に関わる数学の領域について違いがあるのか

①により，演繹による説明の指導の時期，帰納や演繹による説明の指導の是非等が明らかになることが期待される。②により，推論の能力が内容の違いによらないで転移する可能性について手がかりが得られることが期待される。ただし，帰納や類推による説明を生徒が能動的に行う場面を調査することは大変難しいので，本稿では，帰納や類推による説明に対する生徒の反応について，発達段階上の変化や領域間の転移のようすを中心に調査した。

Ⅲ　方法

1．調査の方法

本研究では，帰納による説明や類推による説明を，生徒がどのように評価するかについてアンケート調査をした。そして，調査問題に対する回答方法としては，被験者が記述式で答える方法をとった。帰納や類推による説明に，被験者が直接どのような感想を持つかを調べるために，選択回答ではなく，記述の回答を求めることにした。被験者の学年は，小学校4年と6年，中学校1年と3年，高校2年であり，各学校の種類と被験者の人数は右の表の通りである。小学校と中学校では大学の附属学校の生徒がかなり入っていること，高校では公立学校の生徒で理系の学生の割合が多いこと等を考慮すると，母集団としては，同学年の平均的生徒よりも少し数学の能力が高い生徒の集団と考えるのが妥当だろう。

学年	校種及び被験者数
小4	大学附属小学校　80人，公立小学校　76人
小6	大学附属小学校　79人，公立中学校　47人
中1	大学附属中学校　79人，公立中学校 139人
中3	大学附属中学校　74人，公立中学校 129人
高2	公立高校理系 110人，公立高校文系　70人

2．調査問題と対象学年

問題は[1]A－1のような記号で表される。それは次のような観点で分類されており，次のように各学年に課せられる。(資料参照)

問題[1]：数領域の内容を，帰納により説明する

A：内容は累加・累乗……………………………………対象は小4，小6，中1，中3

－1：例を1つ与える

－2：例を5・6個与える

－3：例を5・6個与え，ヒントも与える

B：内容は素数………………………………………………………………対象は高2

－1，－2，－3（[1]Aと同様）

問題2：図形領域の内容を，帰納により説明する
A：内容は円周角……………………………………………………………対象は小4，小6
－1，－2，－3（1Aと同様）
B：内容は三角形の辺の比……………………………………対象は中1，中3，高2
－1，－2，－3（1Aと同様）

問題3：類推による説明・図形領域…………………………対象は小6，中1，中3，高2

問題をこのように分類したのは，次のような理由である。
＊1・2と3で，帰納による説明と類推による説明を課す。
＊－1と－2で，与えられる例の数が，帰納による説明に対する反応に影響するかをみる。
＊2と3で，内容が数と図形の場合に，反応に違いがあるかをみる。
＊－3で，ヒントがあれば反応が改善するかをみる。
＊問題の数学的内容は，生徒が知らないものを与える。生徒が内容をすでに知っておれば，説明とは無関係に反応する可能性が高いので，それを避けるためにA，Bのように違った内容を用意した。
＊問題3で，小4には図形の類推の内容は難しいと思われるので，これを削除した。
（注：1A－1，1A－2，1A－3をまとめて1Aと表示する。同様に，まとめてあらわすとき，1や1－1などの表現を用いる。）

Ⅳ　結果と分析

1．1（数で帰納による説明）について

(1)　反応の整理

生徒の答えは次のように分類できた。
不適………………間違った説明であるとはっきり答えている
適…………………正しい説明であるとはっきり答えている
多数………………もっと別の多くの例を要求している
実行要求…………実際にやってみることを要求している
証明要求…………証明や理由付けを要求している
正しい証明………性質を正しく証明して答えている
正しい推測………性質を正しく推測して答えている
誤った証明………性質の誤った証明をして答えている
誤った推測………性質の誤った推測をして答えている
不明………………全く別の観点からの反応や，言っている意味が読み取れない
無答

そして，これらの反応を次の2つのグループに分けた。
正しい反応………不適，実行要求，証明要求，正しい証明，正しい推測
誤った反応………適，多数
なお，統計処理を行ったのは，次の有効と判断した反応に対してである。

有効………………全体から，誤った証明，誤った推測，別，不明を除いたもの

誤った証明，誤った推測は説明と無関係と思われるので対象からはずした。ただし，正しい証明と正しい推測も説明との関連は薄いのであるが，説明を受け入れてはいないことを考慮して正しい反応に含めた。

	不適	適	多数	実行要求	証明要求	正しい証明	正しい推測	誤った証明	誤った推測	不明	無答	計	有効
小4	16	64	0	4	0	0	0	4	2	22	44	156	128
小6	16	41	0	12	6	2	0	9	6	20	14	126	91
中1	31	74	2	10	5	3	1	13	1	11	67	218	193
中3	51	44	5	19	4	19	7	8	3	6	37	203	186
高2	83	27	2	14	11	0	0	4	0	4	35	180	172

(2)　正しい反応，誤った反応をする生徒の割合

①母比率の区間推定

＊信頼係数95％　正規近似による方法

	正しい反応数	%	上側信頼限界値	下側信頼限界値
小4	20	15.6	0.229	0.103
小6	36	39.9	0.498	0.301
中1	50	25.9	0.325	0.202
中3	100	53.8	0.608	0.466
高2	108	62.8	0.700	0.560

	誤った反応数	%	上側信頼限界値	下側信頼限界値
小4	64	50.0	0.585	0.414
小6	41	45.0	0.553	0.352
中1	76	39.4	0.464	0.328
中3	49	26.3	0.331	0.205
高2	29	16.9	0.225	0.117

＊正しい反応数の割合は学年を追うごとに増えていくが，小6と中1だけに逆転が起こっている。

＊誤った反応数の割合は学年を追うごとに減っているが，中1が最も高い。

②分析

＊小6に対して中1の反応が良くないのは意外である。理由として考えられるのは，小6は小学校の最高学年で，今までの知識や技能を使っていろいろ議論して問題を解決する場面が多くあるのに対して，中1は中学校の最初の学年で，中学校数学の基礎を教え込まれる場面が多いことが予想される。小6と中1の逆転は，このような学習の質の違いに原因があるのではないかと思われる。

＊正しい反応数は高2でも60％にしか達していない。しかし，小4でも10％以上は正しく反応できている。

(3)　正しい反応の比率は学年により差があるか

①5群の比率の差の検定

	正しい反応数	その他の反応数
高2	108	64
中3	100	86
小6	36	55
中1	50	143
小4	20	108

＊有意水準5％で，カイ2乗検定による

$p<0.0001$

帰無仮説「2変数が独立である」は棄却される。

②どの学年の間で正しい反応の比率に差があるかの検定

＊有意水準５％で，ライアンの方法による

高２と小４の間	有意差あり
高２と中１の間	有意差あり
中３と小４の間	有意差あり
高２と小６の間	有意差あり
中３と中１の間	有意差あり
小６と小４の間	有意差あり
小６と中１の間	有意差あり

その他は有意差なし

③分析

＊正しい反応ができる生徒の割合は，隣り合う学年間で有意差があるが，中３と高２の間でのみ有意差が見られない。

２．$\boxed{1}$－１と$\boxed{1}$－２の関係

(1)　誤った反応の比率は例が１つ$\boxed{1}$－１と多数$\boxed{1}$－２とで差があるか

＊有意水準５％で，２群の比率の差の検定（各学年ごと）

	$\boxed{1}$－1		$\boxed{1}$－2		p 値
	誤った反応数	総数	誤った反応数	総数	
小4	20	40	19	40	0.823
小6	12	27	14	27	0.586
中1	22	59	26	69	0.963
中3	18	58	17	63	0.624
高2	8	45	11	65	0.907

どの学年においても「$\boxed{1}$－１と$\boxed{1}$－２の誤った反応数の比率の差が等しい」という帰無仮説は棄却されない。

(2)　分析

＊帰納において，例をたくさん与えたからといって，誤った反応が特に増えることはない。

３．$\boxed{1}$－２と$\boxed{1}$－３の関係

(1)　正しい反応の比率はヒント無し$\boxed{1}$－２と有り$\boxed{1}$－３とで差があるか

＊有意水準５％で,2群の比率の差の検定（各学年ごと）

	$\boxed{1}$－2		$\boxed{1}$－3		p 値
	正しい反応数	総数	正しい反応数	総数	
小4	5	40	12	48	0.139
小6	9	27	16	37	0.422
中1	11	69	24	65	0.006
中3	34	63	38	65	0.608
高2	37	65	42	62	0.209

中１においてのみ，「$\boxed{1}$－２と$\boxed{1}$－３で，正しい反応数の比率の差が等しい」という帰無仮説は棄却される。しかし，他の学年においては，この仮説は棄却されない。

(2) 分析

＊中１を除いて，正しい反応にとって，ヒントがとくに有効とはいえない。中１でヒントが有効であるのは，論理的成熟が始まる時期であるということかもしれない。

４．2（図形で帰納による説明）について

(1) 反応の整理

生徒の反応は，1と同様に分類できた。また，1と同様に，正しい反応，誤った反応，有効を定義した。ただし，問題2Aでは点Cが劣弧AB上にある場合を指摘する反応があった。これは以下の表でoutと表現されているもので，有効からは除外した。

	不 適	適	多 数	証明要求	out	誤った推測	不 明	無 答	計	有 効
小４	26	39	1	1	0	2	32	55	156	122
小６	15	48	3	18	11	3	8	20	126	104
中１	33	65	7	5	−	4	12	92	218	202
中３	56	44	16	17	−	2	17	51	203	184
高２	71	28	9	35	−	0	3	34	180	177

(2) 母比率の区間推定

＊信頼係数95％　正規近似による方法

	正しい反応数	％	上側信頼限界値	下側信頼限界値
小４	27	22.1	0.303	0.157
小６	33	31.7	0.412	0.236
中１	38	18.8	0.248	0.140
中３	73	39.7	0.469	0.329
高２	106	59.9	0.679	0.537

	誤った反応数	％	上側信頼限界値	下側信頼限界値
小４	40	32.8	0.415	0.251
小６	51	49.0	0.585	0.396
中１	73	36.1	0.425	0.294
中３	60	32.6	0.397	0.263
高２	37	20.9	0.275	0.156

①分析

＊正しい反応数の割合は学年を追うごとに増えていくが，中１が最も低い。

＊誤った反応数の割合は学年を追うごとに減っているが，小４が比較的低い。ただし，小４は反応の絶対数が少ないので，ぶれが大きい危険性がある。

＊正しい反応数は高２でも60％弱にしか達していない。しかし，小４でも20％弱は正しく反応できている。

(3) 正しい反応の比率は学年により差があるか

①５群の比率の差の検定

	正しい反応数	その他の反応数
高２	106	71
中３	73	111
小６	33	71
小４	27	95
中１	38	164

＊有意水準５％で，カイ２乗検定による

$p<0.0001$

帰無仮説「２変数が独立である」は棄却される。

②どの学年の間で正しい反応の比率に差があるかの検定
＊有意水準５％で，ライアンの方法による

高２と中１の間	有意差あり
高２と小４の間	有意差あり
中３と中１の間	有意差あり
高２と小６の間	有意差あり
中３と小４の間	有意差あり
高２と中３の間	有意差あり

その他は有意差なし

③分析
＊正しい反応ができる生徒の割合は，隣り合う学年間のうち，中３と中１，中１と小６の間で有意差があり，中１と小６，小６と小４の間で有意差がない。①と様子は異なっている。

５．②－１と②－２の関係

⑴　誤った反応の比率は例が１つ②－１と多数②－２とで差があるか
＊有意水準５％で，２群の比率の差の検定（各学年ごと）

	②－1		②－2		p 値
	誤った反応数	総数	誤った反応数	総数	
小4	16	77	24	79	0.170
小6	23	59	28	67	0.749
中1	33	113	36	105	0.420
中3	19	103	27	100	0.146
高2	10	88	18	92	0.129

どの学年においても「②－１と②－２で，誤った反応数の比率が等しい」という帰無仮説は棄却されない。

⑵　分析
＊帰納において，例をたくさん与えたからといって，誤った反応が特に増えることはない。

６．③（図形で類推による説明）について

⑴　反応の整理
生徒の反応は，①と同様に分類できた。また，①と同様に，正しい反応，誤った反応，有効を定義した。

	不　適	適	多　数	実行要求	正しい推　測	誤った推　測	不　明	無　答	計	有　効
小6	15	55	2	6	2	2	18	23	126	106
中1	45	64	2	9	1	2	4	91	218	212
中3	54	51	7	8	1	4	2	76	203	197
高2	73	46	4	6	0	0	4	47	180	176

⑵　母比率の区間推定
＊信頼係数95％　正規近似による方法

	正しい反応数	%	上側信頼限界値	下側信頼限界値
小6	23	21.7	0.305	0.149
中1	55	25.9	0.322	0.205
中3	63	32.0	0.388	0.259
高2	79	44.9	0.523	0.377

	誤った反応数	%	上側信頼限界値	下側信頼限界値
小6	57	53.8	0.630	0.443
中1	66	31.1	0.377	0.253
中3	58	29.4	0.362	0.235
高2	50	28.4	0.355	0.223

①分析

＊正しい反応数の割合は学年を追うごとに増えている。

＊誤った反応数の割合は学年を追うごとに減っている。

＊正しい反応数は高2でも40%強にしか達していない。しかし，小6で20%くらい正しく反応できている。

(3) 正しい反応は学年により差があるか

	正しい反応数	その他の反応数
高2	79	97
中3	63	134
中1	55	157
小6	23	83

①4群の比率の差の検定

＊有意水準5%で，カイ2乗検定による

$p<0.0001$

帰無仮説「2変数が独立である」は棄却される。

②どの学年の間で正しい反応の比率に差があるかの検定

＊有意水準5%で，ライアンの方法による

高2と小6の間	有意差あり
高2と中1の間	有意差あり
高2と中3の間	有意差あり

その他は有意差なし

③分析

＊正しい反応ができる生徒の割合は，隣り合う学年間のうち，高2と中3以外は，有意差がない。したがって，1や2とは様子が違う。

7．1と2の関係

(1) 正しい反応の比率は数1と図形2とで差があるか

＊有意水準5%で，2群の比率の差の検定（各学年ごと）

		1	1かつ2	2
小4	正しい反応数	20	8	27
	総数	128	104	122
小6	正しい反応数	36	13	33
	総数	91	81	104
中1	正しい反応数	50	11	38
	総数	193	183	202
中3	正しい反応数	100	48	73
	総数	186	168	184
高2	正しい反応数	108	81	106
	総数	172	169	177

	p 値	
	1対(1かつ2)	(1かつ2)対2
小4	0.065	0.003
小6	0.001	0.014
中1	$p<0.0001$	$p<0.0001$
中3	$p<0.0001$	0.029
高2	0.006	0.026

＊小４を除いて，帰無仮説「数に正しく反応する比率と数・図形の両方に正しく反応する比率とは等しい」はすべての学年で棄却される。

＊すべての学年で，帰無仮説「数・図形の両方に正しく反応する比率と図形に正しく反応する比率とは等しい」は棄却される。

⑵　分析

＊すべての学年において，数に対する正しい反応と図形に対する正しい反応とは互いに独立であり，関係し合わない。ただし，小４のみ，数に対して正しく反応できれば，図形に対しても正しく反応できる。

８．②と③の関係

⑴　正しい反応の比率は帰納②と類推③とで差があるか

＊有意水準５％で，２群の比率の差の検定（各学年ごと）

		②	②かつ③	③
小６	正しい反応数	33	9	23
	総数	104	87	106
中１	正しい反応数	38	17	55
	総数	202	198	212
中３	正しい反応数	73	34	63
	総数	184	178	197
高２	正しい反応数	106	63	79
	総数	177	173	176

	p 値	
	②対 (②かつ③)	(②かつ③) 対③
小６	p<0.0001	0.035
中１	0.003	p<0.0001
中３	p<0.0001	0.004
高２	p<0.0001	0.107

＊すべての学年で，帰無仮説「帰納による説明に正しく反応する比率と帰納・類推による説明の両方に正しく反応する比率とは等しい」は棄却される。

＊高２を除いて，帰無仮説「帰納・類推による説明の両方に正しく反応する比率と類推による説明に正しく反応する比率とは等しい」はすべての学年で棄却される。

⑵　分析

＊すべての学年で，帰納による説明と類推による説明に対する正しい反応は独立しており，関係し合わない。ただし，高２のみ類推による説明に正しく反応できれば，帰納による説明にも正しく反応できるが，その逆はいえない。

Ⅴ　教育的含意

＊小４，小６では，問題①，②，③で帰納や類推による説明を適切であると答える生徒が半数以上いる。このことを考慮すると，小学校でこのような説明に対する細かい注意をすることは難しいと予想できる。小学校では帰納や類推による説明を細かく修正するよりも，むしろ，積極的にいろいろな議論をさせることが大事であろう。ただし，このような説明がおかしいと思う生徒も，１割～２割程度はいる。したがって，帰納や類推による説明が生じたとき，場合によってはこれらの説明の不適切さを例証できる典型的な例を提示することも必要だろう。そのような典型的な例を準備しておくことが肝要である。ただし，その不適切の意識が小学校で定着すると期待しない方がよい。帰納や類推による説明をおかしいと思う生徒

に対するケアと考えるのが妥当と思われる。それに対して，中学校では，生徒が帰納や類推による説明の不適切さを認識できるように，また，生徒にそれが定着するように，そのような指導が積極的にされるべきである。そして，中学校ではそれが可能であろう。

* 問題1，2，3からわかるように，中3はそれより下の学年に比べて帰納や類推による説明にかなり正しく反応できている。これは，証明を重視する日本の教育の1つの成果かも知れない。ただし，中学校でも帰納による説明で約2割，類推による説明では4割近くの生徒が間違った判断をしている。したがって，中学校で演繹，帰納，類推のそれぞれの役割を意図的に指導する必要があると言えるだろう。
* 問題1と問題2の関連がほとんど無いと言う結果から，例えば数の領域での演繹・帰納・類推に関する学習がそのまま図形領域に転移するとは考えにくいといえる。領域毎に演繹，帰納，類推の役割を指導する必要がある。領域を越えた一般的な判断力がつくのは容易なことではないようである。
* 問題2と問題3の関連も見られなかった。帰納と類推は演繹に対峙する関係にあり，似通った性格があると思われるが，生徒の意識においては，帰納と類推とは独立したものであるらしい。両方の役割や限界を独立して指導する必要性があるということだろう。
* 問題1，問題2で不適の割合が小6よりも中1が少なくなっている。これは意外な結果である。考えられる理由としては，小6は小学校の最終学年であり，既習の知識を使っていろいろと議論する授業場面が多い。それに対して，中1は中学校の最初の学年であり，中学校の基礎を学ぶことが多く，議論する場面が少ないということではないだろうか。論理的思考の育成を考える場合，授業における議論のあり方を反省する必要性があるということかもしれない。
* 帰納による説明の不適切さを示唆するヒントが生徒の反応に影響を与えなかったことは意外であった。人間における論理の強固さを示しているように思える。ただし，中1のみこのヒントが生徒の反応に影響を与えたのであるが，これは中1が適切な論理的思考が育ち始める時期であることを示しているのではないか。この意味で，論理的思考の育成においては，中1という年零段階の重要性を意識する必要があると思われる。

Ⅵ おわりに

本調査では生徒の解答を誘導しないために，記述式の解答方法を採用した。しかし，記述の場合，調査者が意図したようにすべての生徒が反応するとは限らないから，本調査で得た数値が正確なものであるとは言い難い。ただし，おおよその傾向は示し得ていると思われる。今後は，記述式で得た解答を参考にしながら，選択式の解答をさせる調査も行う必要がある。

調査にあたっては，愛媛大学教育学部附属小学校の玉井先生・算数科の先生方，同附属中学校の川崎先生・数学科の先生方，松山市立みどり小学校の砂田先生，松山市立北中学校の石崎先生，松山市立久谷中学校の河本先生，広島県立庄原格致高校の松本先生，香川県立丸亀高校の香川先生，愛知県立新川高校の山田先生，並びに各学校の生徒諸君に協力を頂きました。末筆ながらお礼申し上げます。

参考文献

① Galbraith, P. L. “Aspects of Proving: A Clinical Investigation of Process.” Educational Studies in Mathematics 12, pp. 1−28 1981.
② 拙稿「論理的思考の育成における教授的障害について」『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』第4巻 p. 148 1998年

資料　調査問題

問題[1]A　対象：小４，小６，中１，中３

[1]A－１　太郎君は，『２を50回かけあわせても，100を50回加えた5000より小さい。』と考えて，それをつぎのように説明しました。

〈太郎君の説明〉

２を５回かけ合わせた２×２×２×２×２＝32は，100を５回加えた500より小さい。
だから，２を50回かけ合わせても，100を50回加えた5000よりも小さい。

問『２を50回かけあわせても，100を50回加えた5000より小さい。』について，太郎君の説明のし方はよい説明でしょうか。太郎君の説明のし方についてのあなたの思いを書いてください。　（注：あなたが思いついた説明を書くのではありません）

[1]A－２　太郎君は，『２を50回かけあわせても，100を50回加えた5000より小さい。』と考えて，それを次のように説明しました。

〈太郎君の説明〉

２を２回かけあわせた２×２＝４は，100を２回加えた200より小さい。
２を３回かけあわせた２×２×２＝８は，100を３回加えた300より小さい。
２を４回かけあわせた２×２×２×２＝16は，100を４回加えた400より小さい。
２を５回かけあわせた２×２×２×２×２＝32は，100を５回加えた500より小さい。
２を６回かけあわせた２×２×２×２×２×２＝64は，100を６回加えた600より小さい。
このように考えて，『２を50回かけても，100を50回加えた5000より小さい。』ということは正しい。

問『２を50回かけあわせても，100を50回加えた5000より小さい。』について，太郎君の説明のし方はよいのでしょうか。太郎君の説明のし方についてのあなたの思いを書いてください。　（注：あなたが思いついた説明を書くのではありません）

[1]A－３　（問題文は[1]A－２と同じ）

問『２を50回かけあわせても，100を50回加えた5000より小さい。』についての太郎君の説明について，太郎君の友だちは『太郎君の説明は，６回までしかいっていないので，50回についてはわからない。だから，太郎君の説明はよくない』といいました。友だちの意見をどう思いますか。友だちの意見についてのあなたの思いを書いてください。
（注：あなたが思いついた説明を書くのではありません）

問題[1]B　対象：高２

[1]B－１　A君は『偶数の1000は２つの素数の和であらわせる。』と考えて，それをつぎのように説明しました。

〈A 君の説明〉

10＝３＋７より，偶数の10は２つの素数３と７の和で表わせる。
だから，偶数の1000も，２つの素数の和で表わせる。

問 『偶数の1000は２つの素数の和であらわせる。』について，A 君の説明のし方はよい説明でしょうか。A 君の説明のし方についてのあなたの思いを書いてください。
（注：あなたが思いついた説明を書くのではありません）

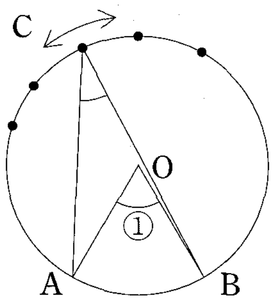
1 B－２　A 君は『偶数の1000は２つの素数の和であらわせる。』と考えて，それをつぎのように説明しました。

〈A 君の説明〉

10＝３＋７より，偶数の10は２つの素数３と７の和で表わせる。
20＝３＋17より，偶数の20は２つの素数３と17の和で表わせる。
30＝13＋17より，偶数の30は２つの素数13と17の和で表わせる。
40＝17＋23より，偶数の40は２つの素数17と23の和で表わせる。
50＝19＋31より，偶数の50は２つの素数19と31の和で表わせる。
だから，偶数の1000も，２つの素数の和で表わせる。

問 『偶数の1000は２つの素数の和であらわせる。』について，A 君の説明のし方はよい説明でしょうか。A 君の説明のし方についてのあなたの思いを書いてください。
（注：あなたが思いついた説明を書くのではありません）

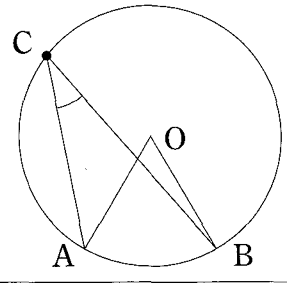
1 B－３　（問題文は 1 B－２と同じ）
問 『偶数の1000は２つの素数の和であらわせる。』についての A 君の説明について，A 君の友達は『A 君の説明は，偶数といっても５つの場合しか調べていないので，1000についてはわからない。だから，A 君の説明はよくない』といいました。友達の意見をどう思いますか。友達の意見についてのあなたの思いを書いてください。
（注：あなたが思いついた説明を書くのではありません）



問題 2 A　対象：小４，小６
2 A－１　図のように中心が点 O で，半径が５㎝の円があり，２つの点 A，B を角①＝60°となるようにとる。次郎君は点 C が円上のどこにあっても角 C＝30°であると考えて，それをつぎのように説明した。

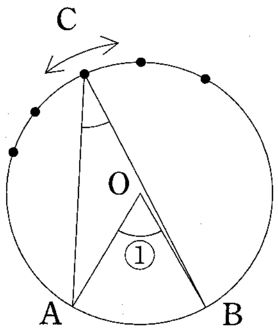
〈次郎君の説明〉

点 C を右図の位置にとって実際に分度器ではかったら，角 C＝30°でした。だから，点 C が円の上のどこにあっても必ず角 C＝30°です。



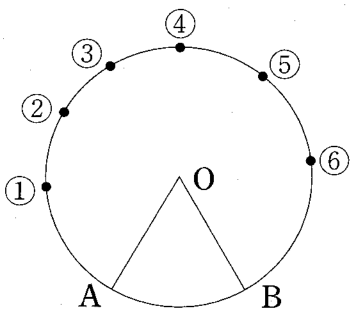
問 『点 C が円の上のどこにあっても，角 C=30°である』について，次郎君の説明のし方はよいのでしょうか。次郎君の説明のし方についてのあなたの思いを書いてください。
（注：あなたが思いついた説明を書くのではありません）

2A－2　図のように中心が点 O で，半径が 5 cmの円があり，2つの点 A，B を角①=60°となるようにとる。次郎君は点 C が円上のどこにあっても角 C=30°であると考えて，それをつぎのように説明した。



〈次郎君の説明〉

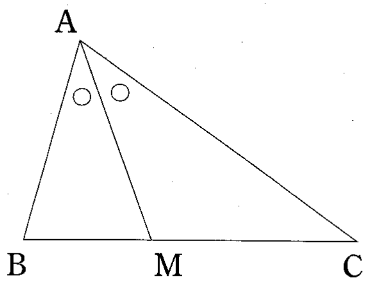
右のように①，②，③，④，⑤，⑥のいちに点 C をとり，実際に分度器で測ったら，どれも角 C=30°でした。
だから点 C が円の上のどこにあっても，必ず，角 C=30°です。



問 『点 C が円の上のどこにあっても，角 C=30°である』について，次郎君の説明のし方はよいのでしょうか。次郎君の説明のし方についてのあなたの思いを書いてください。
（注：あなたが思いついた説明を書くのではありません）

問題2B　対象：中1，中3，高2

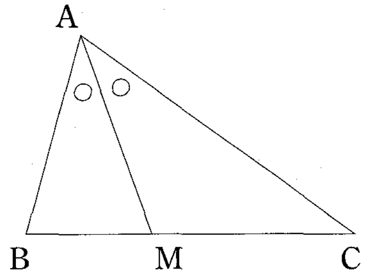
2B－1　次郎君は，『頂点が A，B，C のどんな三角形についても∠A の二等分線と BC の交点を M とすると，AB×CM=AC×BM である。』と考えて，それを次のように説明した。



〈次郎君の説明〉

AB= 4，BC= 5，AC= 6 の三角形をつくって測ってみると，BM= 2，CM= 3 であった。　　つまり，AB×CM= 4 × 3 =12
AC×BM= 6 × 2 =12
だから，どんな三角形 ABC でも，∠A の二等分線と BC の交点を M とすると，必ず，AB×CM=AC×BM である。

問 『どんな三角形 ABC でも，∠A の二等分線と BC の交点を M とすると，必ず，AB×CM＝AC×BM である。』について，次郎君の説明のし方はよいのでしょうか。次郎君の説明のし方についてのあなたの思いを書いてください。
(注：あなたが思いついた説明を書くのではありません)



2 B－2 次郎君は，『頂点が A, B, C のどんな三角形についても∠A の二等分線と BC の交点を M とすると，AB×CM＝AC×BM である。』と考えて，それを次のように説明した。

〈次郎君の説明〉

①AB＝4，BC＝5，AC＝6の三角形をつくって測ってみると，BM＝2，CM＝3であった。 つまり，AB×CM＝4×3＝12
AC×BM＝6×2＝12

②AB＝3，BC＝4，AC＝3の三角形をつくって測ってみると，BM＝2，CM＝2であった。 つまり，AB×CM＝3×2＝6
AC×BM＝3×2＝6

③AB＝2，BC＝3，AC＝4の三角形をつくって測ってみると，BM＝1，CM＝2であった。 つまり，AB×CM＝2×2＝4
AC×BM＝4×1＝4

④AB＝2，BC＝6，AC＝6の三角形をつくって測ってみると，BM＝1.5，CM＝4.5であった。 つまり，AB×CM＝2×4.5＝9
AC×BM＝6×1.5＝9

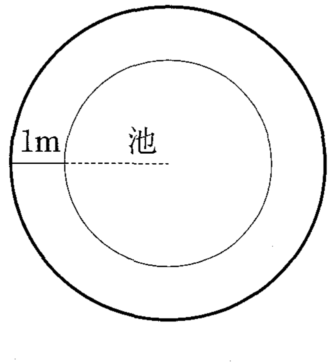
⑤AB＝4，BC＝3，AC＝6の三角形をつくって測ってみると，BM＝1.2，CM＝1.8であった。 つまり，AB×CM＝4×1.8＝7.2
AC×BM＝6×1.2＝7.2

①～⑤から，どんな三角形 ABC でも，∠A の二等分線と BC の交点を M とすると，必ず，AB×CM＝AC×BM である。

問 『どんな三角形 ABC でも，∠A の二等分線と BC の交点を M とすると，必ず，AB×CM＝AC×BM である。』について，次郎君の説明のし方はよいのでしょうか。次郎君の説明のし方についてのあなたの思いを書いてください。
(注：あなたが思いついた説明を書くのではありません)

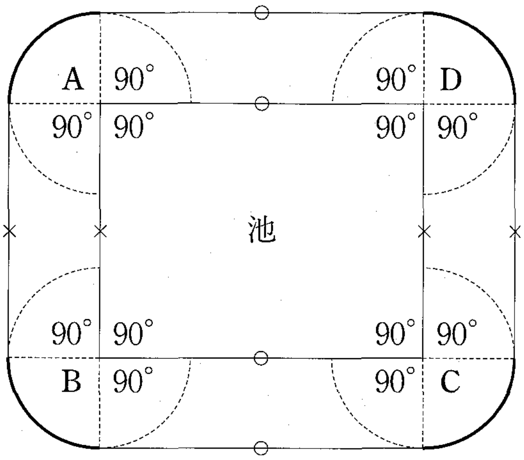
問題3 対象：小6，中1，中3，高2

3 円の形をした池がある。三郎君はつぎのことが正しいと思っている。
『この池の1m外がわを歩くと，歩いた長さは，池の円周の長さよりも，半径1mの円周の長さ分だけ長い。』
このことを，三郎君はつぎのように友達に説明した。



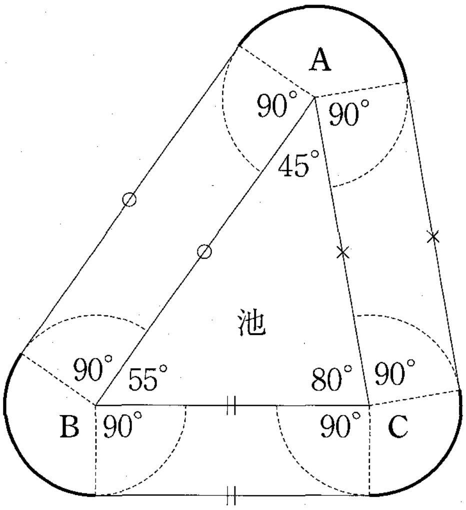
〈三郎君の説明〉

①池が長方形のとき，下の図のように○どうし，×どうしの長さは等しいので，歩く長さは池の周囲よりも━━だけ長くなるが，それは4つ合わせると半径1mの円の周囲分です。



A＝90°，B＝90°，C＝90°，D＝90°
よって，A＋B＋C＋D＝360°

②池が下の図のような三角形のとき，○どうし，×どうし，∥どうしの長さは等しいので池の周囲よりも━━だけ長くなるが，それは3つ合わせると半径1mの円の周囲分です。



A＝135°，B＝125°，C＝100°
よって，A＋B＋C＝360°

①と②から，池が円のときも，長方形や三角形と同じように，歩く長さは円の池の周囲よりも，半径1mの円の周囲分だけ長い。

問　三郎君は，長方形の池，三角形の池の場合から，円の池の場合を説明したが，このような三郎君の説明のし方はよいのでしょうか？　この説明のし方についてのあなたの思いを書いてください。　（注：あなたが思いついた説明を書くのではありません）