

非開放型誘電体導波路におけるモード変換、放射現象の解析

Numerical Analysis of Mode Conversion and Radiation Phenomena in Dielectric Waveguides Enclosed by Hypothetical Boundaries

小野 和雄¹

Kazuo ONO¹

abstract : Mode conversion and radiation phenomena in dielectric waveguides, such as tapered or circularly bent waveguides, have been analyzed by using the waveguides closed by hypothetical boundaries in which the discrete number of guided modes are supported instead of continuum radiation modes in dielectric waveguides. The modal matching technique is employed at the connection of two sections with different modes. This paper shows optical power transmission properties along the tapered and circularly bent slab waveguides bounded by electrical walls.

Modal variation in tapered waveguides causes coherent coupling among the guided mode and radiation modes, that is, fast modes in bounded structure. The fundamental properties in tapered waveguides, such as radiated power, radiation pattern and radiation loss, are calculated and agree well those calculated by conventional method.

Directional change of guided mode in bent waveguides also causes coherent coupling among the core guided mode and radiated waves, that is, whispering gallery modes in bounded structure. Optical power transmission properties along the circularly bent slab waveguides bounded by electrical walls are estimated by using cylindrical coordinate system.

The results thus calculated are compared with those by the conventional method in which the conformal transformation is employed to give the refractive index of bent section. When the radiated waves are reflected to the core region, the conventional method does not give precise propagation properties.

The losses in bent structures consist of the transition loss and the pure bending loss. The results for pure bend loss agree well. Pure bend loss comes from inherent properties of normal modes in bends. The pure bend loss can only be reduced by proper design of the waveguide structure itself.

Transition loss comes from loss of orthogonality between normal modes in straight and bent waveguides. Therefore, transition loss can be reduced if the proper mode converters are inserted between straight and bent waveguides. It is ascertained that the transition loss can be reduced by displacing the axis of circularly bent waveguide to that of straight waveguides.

keywords : Normal modes, Modal Matching Technique, Hypothetical Boundaries, Tapered Waveguides, Circularly Bent Waveguides

¹愛媛大学大学院理工学研究科 電子情報工学専攻 電気電子工学コース
Graduate School of Science and Engineering, Ehime University

1 はじめに

工学の世界では、答えを数値的に求める必要がある。そのため、これまでに電磁界の伝搬問題について種々の計算法が提案されてきている [1],[2]。このような解析にコンピュータが手軽に使われるようになるまで、多くの方法は解析的に解けるところまで式で計算し、最後にコンピュータにより数値計算を行うという手法が使われてきた。最近では、コンピュータの発達により解析モデルを設定すれば Maxwell の方程式を直接コンピュータにより計算する手法が使われるようになってきている。このような手法により、従来解析的に解くことができなかった問題を数値的に解くことができるようになってきている。ビーム伝搬法 [3],[4] や有限差分時間領域法 [2] などがこの代表的な手法である。

筆者が電磁界の解析に関わってきたのは、解析的な手法が使われる時代から飛躍的にコンピュータの能力が高まるようになる時代に移り変わる時期と一致していた。そこで、筆者が関わってきた誘電体導波路に関する研究から題材を選んで、モード整合法 [5],[6] による電磁界解析の手法を紹介する。モード整合法は正規モードが計算されている 2 つの導波路を接続するときに、厳密に透過波や反射波の複素振幅を計算する方法である。

誘電体導波路という言葉が使われるときには、ほとんどの場合光導波路の意味で用いられる。このような導波路は無限に広がった空間に直線状の導波構造が存在するとして解析を行う。しかし、導波路を通信などに使う場合、曲がり導波路やテーパ形導波路を用いる必要がある。曲がり波は波の進行方向を変えるために必要であり、テーパは構造の異なる導波路を効率的に接続するために必要である。曲がり導波路やテーパ型導波路を伝わる波は、導波モードから放射モードへ変換を生じ、その結果、導波路に沿って伝送されていたエネルギーの一部は無窮空間に放射されることになる。

本稿では、スラブ導波路を取り上げ、テーパ型導波路や曲がり導波路におけるモード変換、放射現象を非開放系で行う方法を説明する。スラブ導波路を取り上げた理由は、この導波路が 2 次元導波路であること、正規モードの解析界を得るのが容易であること、それゆえ、曲がり部やテーパ部におけるモード変換現象、放射現象を理解するためのモデルとして適していると考えられるからである。モードの観点からこのような導波路に沿う伝搬現象を眺めると、損失の軽減法が明らかになる。本稿では、円形曲がり部に沿う波動の損失を簡単な構造で軽減することができる方法を示す。

2 非開放型導波路と開放型導波路

誘電体導波路は通常開放型の導波路と考えると取り扱われる。本稿では、開放型の導波路である誘電体導波路の外部に境界壁を付け加えた系を取り扱う。境界壁は解析のために付け加えたものであり、仮想境界壁を名付けている。境界壁は電界の接線成分が境界面上で零である電気壁、あるいは磁界の接線成分が零である磁気壁を用いることが多い。電気壁を用いた場合、その積モードは通常の金属導波管の正規モードに一致するからである。電界と磁界の接線成分が零となる境界は使うことができない。そのような境界に囲まれた空間の電磁界は零となるからである [7]。

非開放型の導波路では、正規モードは無窮個存在するが伝搬モードは有限個となる。無損失の導波路では、正規モードは電力に関して直交性を有する [8]。したがって、任意の波を正規モードで展開し、それぞれのモードが伝搬した後重ね合わせることで波を知ることができる。このように直交性をみだす波を使うのは大変メリットがある。直交したモード間でモード変換が生じて、エネルギーは個々のモードのエネルギーを計算することによって求めることができるからである。損失のある導波路の正規モードは界分布関数の直交性は成立するが、電力に関しては直交性は失われる [8]。

非開放型導波路の正規モードには、slow モード、fast モードおよび evanescent モードが存在し、開放型の導波路における表面波モード、放射モードおよび減衰放射モードに対応する [9]。したがって、仮想境界壁を導波路から十分に離しておけば、非開放系で起こる現象を解析することにより、開放系で起こる現象を精度良く解析することができると思われる [9]。

3 テーパ型スラブ導波路の解析

図1に示すような対称構造のスラブ型テーパ導波路に沿う TE(Transverse Electric) モードの解析を行うとする。このような導波路では、対称 TE モード間にのみモード変換が起こる。本解析では、図1の導波路を2に示すような階段状に導波路幅が変化する非開放系の導波路に置きかえて解析する。階段状に導波路幅が変化する導波路に置きかえる方法をステップ近似解析法 [10],[11] という。

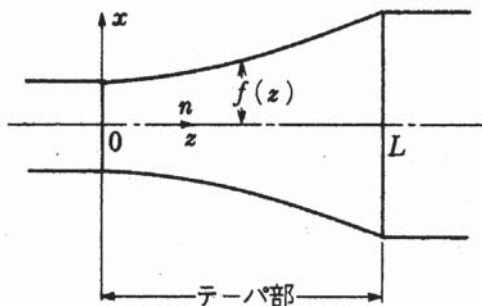


図 1: テーパ型スラブ導波路.

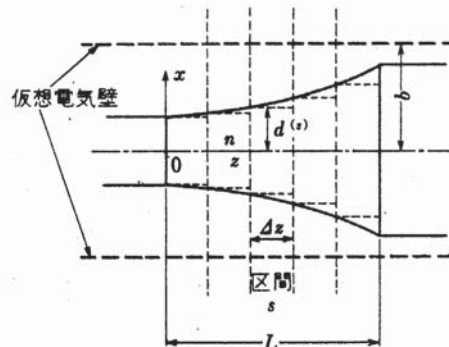


図 2: テーパ型スラブ導波路の非開放型解析モデル.

スラブ導波路のテーパ部全体にわたって電磁界の境界条件を解析的に満たす解を求めることはできない。この状況はステップ近似した導波路でも変わらない。ステップ近似解析法では、区間 s と $s+1$ の z 方向に現れる境界で電磁界の境界条件を満たすように伝搬界を計算する。テーパ構造は元々反射波を含めてモード変換が小さくなるように考案した構造であり、階段状の構造で置きかえた導波路では区間 s と $s+1$ の間で生じるモード変換は小さくなるように区間の幅を設定する。このような構造では、多重反射を無視して良いと考えられる。この仮定をおくと区間の個数が増えても、隣り合う区間で電磁界の境界条件を満たせばよいことになり、計算量を大幅に減らすことができる。

3.1 正規モードの解析

テーパ部の s 番目の区間における局部正規モードの電磁界は次のように表される。

$$E_{yi}^{(s)} = \begin{cases} \cos \kappa_i^{(s)} x & (|x| \leq d^{(s)}) \\ \frac{\cos \kappa_i^{(s)} d^{(s)}}{\sin \gamma_i^{(s)} (b - d^{(s)})} \sin \gamma_i^{(s)} (b - |x|) & (d^{(s)} \leq |x| \leq b) \end{cases} \quad (1)$$

$$H_{xi}^{(s)} = \begin{cases} -\frac{\beta_i^{(s)}}{\omega u_0} \cos \kappa_i^{(s)} x & (|x| \leq d^{(s)}) \\ -\frac{\beta_i^{(s)} \cos \kappa_i^{(s)} d^{(s)}}{\omega \mu_0 \sin \gamma_i^{(s)} (b - d^{(s)})} \sin \gamma_i^{(s)} (b - |x|) & (d^{(s)} \leq |x| \leq b) \end{cases} \quad (2)$$

$$H_{zi}^{(s)} = \begin{cases} -j \frac{\kappa_i^{(s)}}{\omega \mu_0} \sin \kappa_i^{(s)} x & (|x| \leq d^{(s)}) \\ -j \frac{x}{|x|} \frac{\gamma_i^{(s)} \cos \kappa_i^{(s)} d^{(s)}}{\omega \mu_0 \sin \gamma_i^{(s)} (b - d^{(s)})} \cos \gamma_i^{(s)} (b - |x|) & (d^{(s)} \leq |x| \leq b) \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 μ_0 は媒質の透磁率である。局部正規モードの z 方向波数 $\beta_i^{(s)}$ を伝搬定数と呼び、 x 方向波数 $\kappa_i^{(s)}$ および $\gamma_i^{(s)}$ と次の関係がある。

$$(\beta_i^{(s)})^2 = n^2 k^2 - (\kappa_i^{(s)})^2 = k^2 + (\gamma_i^{(s)})^2 \quad (4)$$

また、 k はクラッドにおける平面波の波数であり、波長 λ と $k = 2\pi/\lambda$ の関係がある。したがって、 n はクラッドの屈折率に対するコアの相対屈折率である。さらに、添え字 i は偶対称モードのモード次数を表す。区間 s において、局部正規モードの電界と磁界の接線成分 $E_{yi}^{(s)}$ および $H_{zi}^{(s)}$ が連続となるので、 x 方向波数 $\kappa_i^{(s)}$ は次の式を満たさなければならない。

$$\tan \kappa_i^s d^s \cdot \tan \gamma_i^s (b - d^s) = \gamma_i^s \kappa_i^s \quad (5)$$

この区間 s の局部正規モードは条件

$$0 < (\kappa_i^{(s)})^2 < (n^2 - 1)k^2 \quad (6)$$

の下で slow モードとなり、開放系における表面波モードに対応し、条件

$$(n^2 - 1)k^2 < (\kappa_i^{(s)})^2 < n^2 k^2 \quad (7)$$

の下で fast モードとなり、開放系における放射モードに対応する。そしてし、条件

$$n^2 k^2 < (\kappa_i^{(s)})^2 \quad (8)$$

の下では開放系における evanescent モードに対応する [9].

3.2 モード整合法

区間 s の伝搬電磁界はその区間の局部正規モードの重ね合わせで表すことができる。区間 s の入射端における各モードの複素振幅を $a_i^{(s)}$ と表すと、区間 s と $s+1$ の境界面では、伝搬に伴い位相が変化するため $a_i^{(s)} \exp(-j\beta_i^{(s)}\Delta z)$ となる。区間 s と $s+1$ の境界面における電界 E_y と磁界 H_x の境界条件を書き表すと次のようになる。

$$\sum_{i=1}^N a_i^{(s)} \exp(-j\beta_i^{(s)}\Delta z) E_{yi}^{(s)} + \sum_{i=1}^N b_i^{(s)} E_{yi}^{(s)} = \sum_{i=1}^N c_i^{(s)} E_{yi}^{(s+1)} \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^N a_i^{(s)} \beta_i^{(s)} \exp(-j\beta_i^{(s)}\Delta z) E_{yi}^{(s)} - \sum_{i=1}^N b_i^{(s)} \beta_i^{(s)} E_{yi}^{(s)} = \sum_{i=1}^N c_i^{(s+1)} \beta_i^{(s+1)} E_{yi}^{(s)} \quad (10)$$

ここで、 N は伝搬モード、すなわち、slow および fast モードの総個数である。また、 $b_i^{(s)}$ は区間 s における反射複素モード振幅である。また、 $c_i^{(s)}$ は区間 $s+1$ における透過複素モード振幅である。

式 (8) および (9) に電界 $E_{yi}^{(s)}$ を乗じて、 $-b \leq x \leq b$ の範囲で積分すると、複素振幅 $b_i^{(s)}$ および $c_i^{(s)}$ に関する $2N$ 次元連立方程式を得る。この方程式から $b_i^{(s)}$ を消去すると次の式を得る。

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & \cdots & T_{1N} \\ T_{21} & T_{22} & \cdots & T_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{N1} & T_{N2} & \cdots & T_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1^{(s+1)} \\ C_2^{(s+1)} \\ \vdots \\ C_N^{(s+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^{(s)} \\ A_2^{(s)} \\ \vdots \\ A_N^{(s)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

ただし、

$$T_{ij} = \frac{\beta_i^{(s)} + \beta_j^{(s+1)}}{2\sqrt{\beta_i^{(s)}\beta_j^{(s+1)}}} \frac{I_{i,j}^{(s,s+1)}}{\sqrt{I_{i,i}^{(s,s)} I_{j,j}^{(s+1,s+1)}}} \quad (12)$$

および

$$I_{i,j}^{(s,s+1)} = \int_{-b}^b E_{yi}^{(s)} E_{yj}^{(s+1)} dx \quad (13)$$

である。また、 $A_i^{(s)}$ および $C_i^{(s)}$ は、 y 方向単位長さあたり単位電力を伝送する場合の振幅によって規格化した規格化振幅係数であり、次のように表される。

$$A_i^{(s)} = \sqrt{\frac{\beta_i^{(s)} I_{i,i}^{(s,s)}}{2\omega\mu_0}} \exp(-j\beta_i^{(s)} \Delta z) a_i^{(s)} \quad (14)$$

$$C_i^{(s+1)} = \sqrt{\frac{\beta_i^{(s+1)} I_{i,i}^{(s+1,s+1)}}{2\omega\mu_0}} c_i^{(s+1)} \quad (15)$$

以上の解析結果に基づいて、次に示す手順にしたがって数値計算を行う。まず、テーパ部へ入射する波の振幅係数 $A_i^{(0)}$ を与え、式 (11) により透過振幅係数 $C_i^{(1)}$ を求める。これを新たに次の区間のモード振幅係数 $A_i^{(1)}$ とし、順次出射端まで計算を繰り返す。このことから、式 (11) を反復モード結合方程式と呼ぶことにする。

任意の区間 s における放射電力 P_{rad} は fast モードの振幅係数の絶対値の 2 乗の総和として計算する。

$$P_{rad} = \sum_i^N |C_i^{(s)}|^2 \quad (16)$$

反射波は先に述べたようにその電力は小さいと考えられるので、発生した反射波は式 (9) および (10) から省いてある。

3.3 テーパ部におけるモード変換電力、放射パターン、および放射波の電力分布

本節では、直線的に形状が変化する単一モードスラブ導波路の伝搬特性を解析する。そして、従来の解析法、すなわち、開放系として取り扱った場合の計算結果 [14] と比較検討し、非開放系として放射現象が関与する導波路の解析に用いる場合の条件を検討する。

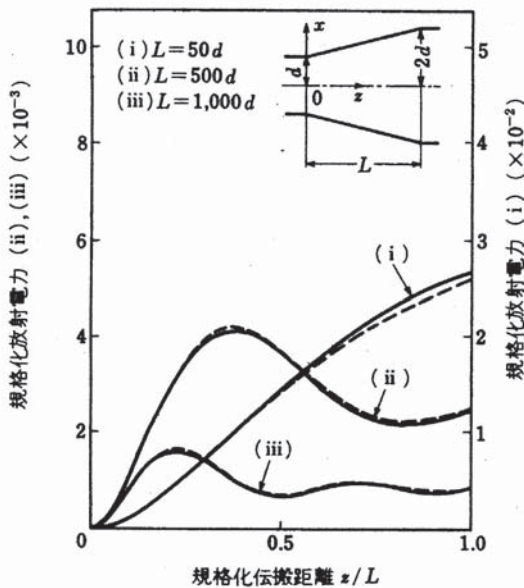


図 3: 拡大型テーパのモード変換電力。

図 3 は出射端の導波路幅が入射端の 2 倍の幅を持つ、いわゆる拡大型テーパの放射電力 P_{rad} を示してある。出射端における放射電力が放射損失に対応する。実線及び破線は、それぞれ、非開放系および開放系として解析した結果を示す。テーパ部へは最低次の基本 TE モードのみが入射すると仮定し、入射側導波路の規格化周波数 $V = \sqrt{n^2 - 1}kd = 0.5$ としてある。したがって、テーパ部の全長を通して単一モード動作となる。図 3 に示す例ではテーパ部の区間分割数を 100、仮想電気壁間隔を $b/d = 40$ 、屈折率比を $n = 1.01$ と選んである。このとき、伝搬モードの総個数は 45 であった。テーパ部の非開放系としての解析結果は従来の開放系としての解析結果と良く一致していることがわかる。テーパの特性としては、長くなるほど損失が小さくなることがわかる。また、テーパ長が比較的短いときには、テーパ形状の関数形に関わらず放射損失は一致することは確かめられている [13],[14]。

図 4 にテーパ長を $L/d = 500$ としたときの放射パタを示す。非開放系としての取り扱いではモード個数が有限個なので線の長さで振幅の絶対値を示してある。開放系の取り扱いでは放射モードは連続体スペクトルを形成するため、放射パターンは連続的に示してある。図 4 から両者の輪郭は非常に良く一致している。図 4 における角度 50 度および 70 度の鋭いピーク状のサイドローブは、テーパ部をステップ近似したために現

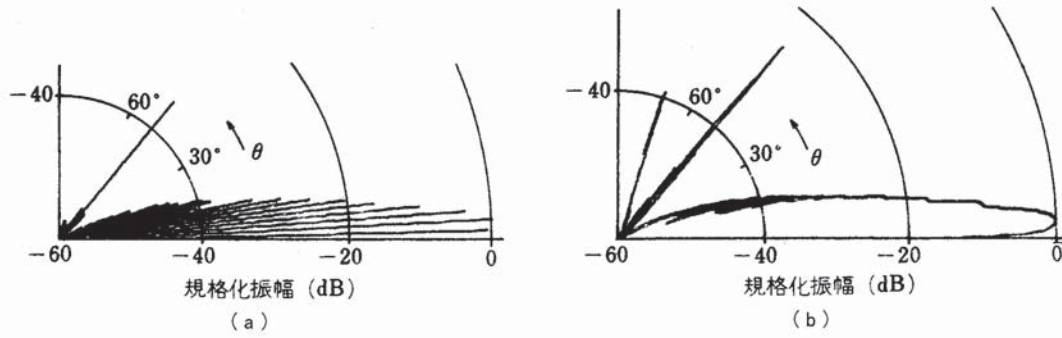


図 4: 非開放形および開放形における放射パターンの比較. 直線状拡大型テーパに対する結果を示す.

れたものである. 階段状の擬似的な周期変動の空間周波数を Ω , 表面波モードの伝搬定数を β_g , とすると, サイドローブを形成する放射モードの伝搬定数 β_r との間に, 次のようなブラッグの回折条件が成立する.

$$\beta_r = \beta_g - \Omega = \beta_g - \frac{2\pi m M}{L} \quad (M = 1, 2, \dots) \quad (17)$$

ただし, m はテーパ部における区間分割数であり, M は回折の次数である. 図 4 の開放系としての取り扱いでは, 2 次の回折まで現れている.

図 5 に, 図 3 で取り扱ったテーパの内長さ $L/d = 500$ の直線状テーパの出射端における放射電力の x 方向分布を最高値で規格化して示してある. 実践および一点鎖線は電気壁間隔 $b/d = 80$ および 40 としてときの結果である. ただし, 計算機のメモリ容量と計算時間の関係から規格化した幅が 80 の場合は, 伝搬定数の大きい順に 40 個のモードを用いている. 図 4 のスペクトルからわかるように, 伝搬定数の小さなモードが運ぶ電力は小さく, 無視してよいからである. また, 破線は開放形としての取り扱いによる電力分布である. 図 5 から, 仮想電気壁の間隔 $b/d = 80$ の場合, 開放形と非開放形の電力分布はよく一致していることがわかる. テーパ出射端で電力分布が図 5 のように異なるにもかかわらず, 仮想電気壁の間隔 $b/d = 40$ の場合でも, 80 の場合とほぼ同じモード変換電力特性と放射パターンが得られている. これは, テーパ部で生じた放射波が仮想境界壁に到達し, 境界壁で反射された放射波が再びテーパのコアに到達していないからである. 放射波がコア付近にまで到達すると, コアから放射される波と干渉を起こし, 開放形の場合と異なる放射電力特性を示すようになる.

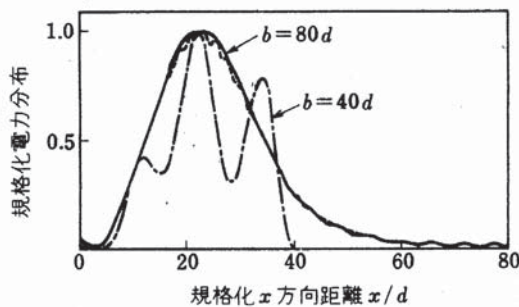


図 5: 放射波の電力分布.

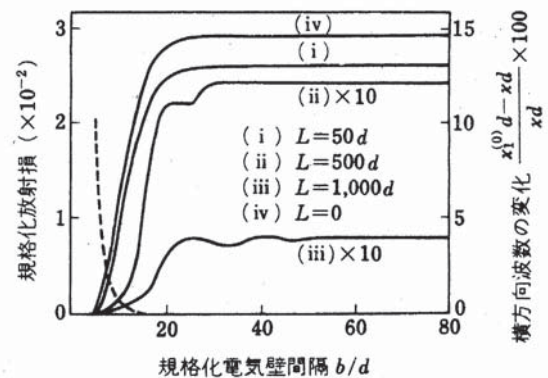


図 6: 仮想境界間隔に対する損失特性.

そこで, 仮想境界壁間隔に対する放射損失の収束の様子を図 6 に示す. この場合, 伝搬可能なすべての fast モードを考慮してある. 同図でテーパ長 L/d が 500 あるいは 1000 と比較的長い場合には, 放射損失の 10 倍の値を示してある. また, 同図の破線は入射側 slow モードの横方向波数 $\kappa_1^{(0)}$ を開放形の表面波モード

の横方向波数 κ_1 に対する差 $\Delta\kappa$ を表している.

$$\Delta\kappa = \frac{\kappa_1^{(0)} - \kappa_1}{\kappa_1} \times 100 \quad (18)$$

図 6 から, テーパ長が長くなればなるほど, 放射損失の値が一定値に収束するためには仮想境界壁間隔

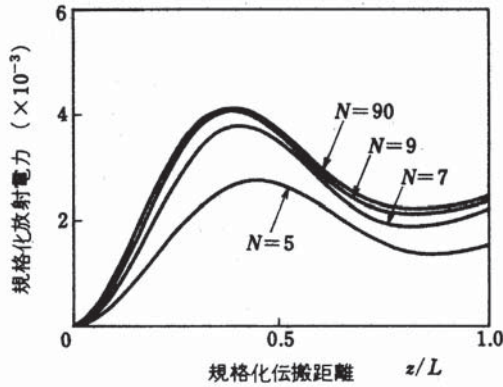


図 7: 展開モード個数とモード変換電力特性.

を大きくする必要があることがわかる. さらに, 少なくとも, 非開放形の slow モードの横方向波数が開放形の表面波モードの値にほぼ一致する程度には, 仮想境界壁を離しておく必要があることもわかる. これまでのほとんどの計算では, 非開放形の伝搬モードを全て含めていた. しかし, 従来, モード結合理論では顕著な結合を起こすモードのみ解析に含めるという近似が用いられている. 図 7 には仮想境界壁間隔を $b/d = 80$ とし, fast モードの個数を変えた場合の放射電力特性を示してある. fast モードは低次のものから順に選んである. 顕著な結合を起こすモードのみを計算に含めればよいことがわかる. 精度をあまり落とすことなく計算量を減らすことができる.

以上のように, 放射現象を伴うテーパ型スラブ導波路におけるモード変換電力, 放射パターン, および放射波の電力分布など, 基本的な特性を非開放型の導波路として取り扱うことができることを示した. また, 非開放型の導波路の解析はこれまでに十分に検討されてきた数学的な基礎を持っており, 解析手順はやや煩雑かもしれないが, モードの立場から起こる現象を明らかにすることができるという特長を有する.

形状のみならず屈折率もテーパ状に変化する導波路の解析も, 非開放型の導波路として取り扱うことにより解析できることは示されている [15],[16].

テーパ部で起こる伝搬現象をモードの立場で解釈することができる. テーパ型導波路では入射側と出射側で導波モードの界の拡がり方が異なる. そのため, テーパ部で狭い界分布を持つ導波路と広い界分布を持つ導波路を接続すると, テーパ部で界は拡がろうとし, 等位相面が進行方向に凸になる. これがモードの立場ではモード変換として解釈されるのである [16],[17].

4 円形曲がりスラブ導波路の解析

テーパ型導波路の放射現象を非開放系として解析できることを示してきた. 本章以降で, 円形曲がり部の放射現象も同様に非開放系として取り扱うことができることを示す. 一般に光導波路を用いて光回路を構成するためには, 光波の進行方向を変えるための曲がり部の使用は避けられないと考えられている. しかし, 円形曲がり導波路は光波のエネルギーを失うことなく光を導くことはできない.

円形曲がり導波路には, 導波路構造, 曲率半径, 波長などによって決まる曲がり部に固有の損失 (Pure Bend Loss) と, 直線部と曲がり部の導波モードの界分布形状の相違に起因するモード変換損 (Transition Loss) の二種類の損失が生じることが知られている [18]. そこで, 従来から, スラブ光導波路や光ファイバなどに対する曲がり損についての様々な研究が行われている [18]-[22]. これらの研究の多くは, クラッド幅を無限としたモデルに対して行われているが, 実用的な見地から, より実際の構造に近いクラッド幅を有限としたモデルについての解析を行う必要があると考えられる. 実際の光ファイバは有限のクラッドおよびバッファを持つが, 円形曲がり光ファイバに関する実験結果には, 無限クラッドとした場合には現れない特性が報告されている [23],[24]. 等角写像を用いた解析が広く用いられている. その精度に関しては解析結果がないようである.

4.1 伝搬モードの解析

図8に示すように、構造の等しい2つの直線状導波路が一樣な曲率半径 R_c を解して接続されている場合のTE波の伝搬を考える。非開放型の導波路構造とするため、図に示すように半径 R_1 および R_4 に同心の電気壁を設ける。コアおよびクラッドの屈折率は、それぞれ、 n_1 および n_2 とする。また、導波路のコア幅およびクラッド幅は直線部と円形曲がり部で等しく、それぞれ、 d_c および d とする。

図8の導波路を伝搬するTE波の電界の z 方向成分 E_z に対する微分方程式は Maxwell の方程式から次のように与えられる。

$$\frac{d^2 E_z}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{dE_z}{dR} + \left(m^2 - \frac{\nu^2}{R^2} \right) E_z = 0 \quad (19)$$

ここで $R = kn_2 r$ であり m はコア中で $m = n_1/n_2$ クラッド中で $m = 1$ をとる。また k は真空中の波数 ν は固有値に対応している。式(1)はベッセルの微分方程式であり固有値 ν がベッセル関数の次数に対応している。この解はベッセル関数 J_ν とノイマン関数 N_ν を使って

$$E_z = AJ_\nu(mR) + BN_\nu(mR) \quad (20)$$

と表すことができ解析的に E_z が求まる。しかしベッセル関数の引き数と次数は通常極めて大きな実数(本稿の例でも1000以上の値)となりこれを数値的に精度よく取り扱うことは困難である。そこで文献[25]では常微分方程式(19)の境界値問題を数値的に解くことによって E_z を求めた。即ち境界値問題を初期値問題に帰着させて解く方法として知られている砲撃法(shooting method)とルンゲ・クッタ法(Runge-Kutta method)を用いることにより電磁界の境界条件を満たす E_z と ν を求めた。具体的には次の手順にしたがって数値計算を行った。電磁界の境界条件は(条件1) $r = r_1$ および r_2 において電界の接線成分が零(条件2) $r = r_2$ および r_3 において電界の接線成分が連続と表すことができる。まず式(20)に初期値として $r = r_1$ で $E_z = 0$ および dE_z/dz は零とは異なる適当な値を与える。次に ν を与え条件2を満たすように $r = r_2$ の E_z をルンゲ・クッタ法を用いて計算する。そして $E_z = 0$ を満たすような ν を求める。そして、磁界の r 方向成分および θ 方向成分は Maxwell の方程式から E_z を用いて

$$H_r = \frac{\nu}{j\omega\mu_0} E_z, \quad H_\theta = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (21)$$

と求めることができる。以上の手順に従って曲がり部の正規モードを得た。

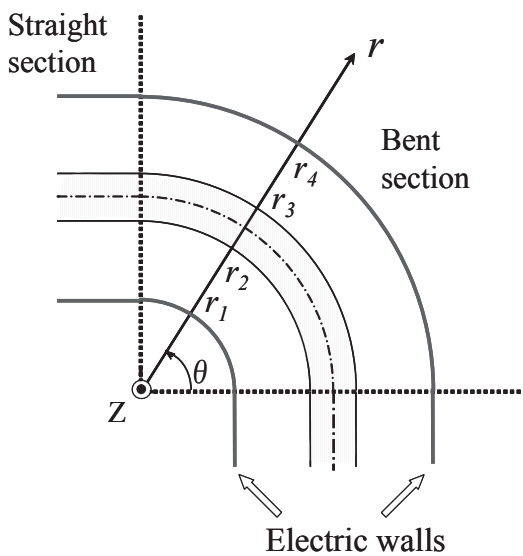


図8: 円形曲がりスラブ導波路.

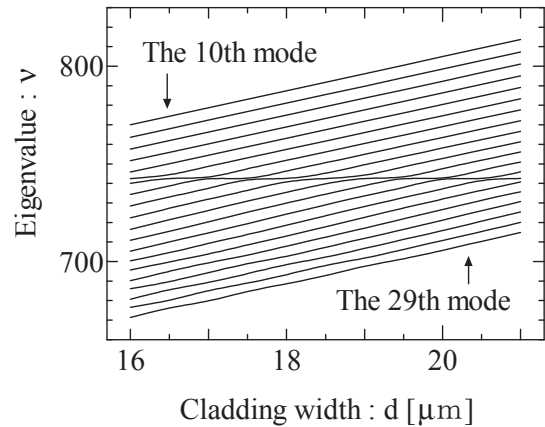


図9: 固有値.

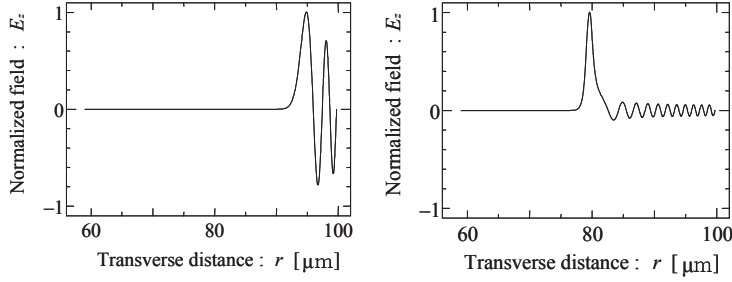


図 10: 低次の正規モードの界分布. WG モード (3 次) とコア導波モード (21 次).

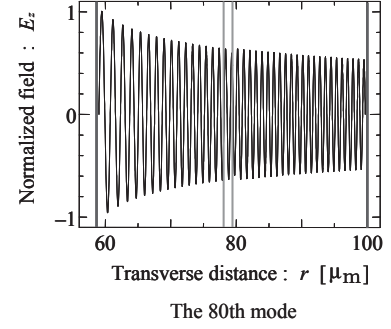


図 11: 正規モード (80 次) の界分布.

図 9 にクラッド幅 d に対する固有値 ν の依存性を示す. ただし, 波長を $1\mu\text{m}$, コア幅を $1\mu\text{m}$, コアとクラッドの屈折率を, それぞれ, 1.5108 および 1.448 と選び, 円形曲がり部の半径は $R_c = 79.5\mu\text{m}$ としてある. 同図には 10 次から 29 次の正規モードの固有値を示してある. 正規モードの固有値 ν はクラッド幅に対して大きくなるのがわかる. このようなモードは $r = R_c$ にある外側の電気壁で反射を繰り返しながら伝搬する Whispering-Gallery(WG) モードである. 図 10 に低次モード (4 次と 22 次) の, そして, 図 11 に高次モード (80 次) の界分布関数を最大値が 1 となるように正規化して示す. モード次数が低いほど外側の電気壁付近に界が存在し, モード次数が高くなるにしたがって界は内側の電気壁の方へ広がって行く. また, 図 9 から $\nu = 740$ 付近で固有値がクラッド幅に依存せず一定値をとるモードがある. クラッド幅 $d = 20\mu\text{m}$ のときは 22 次モードがこれに対応し, 図 10 から, このモードはコア付近に大きな界分布を持つことがわかる. 本稿では, 仮にコア導波モードと呼ぶことにする. 図 9 から明らかなようにコア導波モードの次数はクラッド幅に依存する. さらに, 固有値が大きくなると, 2つの電気壁で反射されるようになり, 図 11 から明らかなように界は電気壁の間全体に広がって存在するようになる.

4.2 近似モード整合法

入射端における反射波の電力が透過波の電力に比べ十分に小さいとき, 反射波を無視すると簡単な式で表すことができる. テーパー型導波路や円形曲がり部を直線部と接続する場合, 通常モード変換が起こらないようにする. その場合には, 後で検討するように反射波も極めて小さい. したがって, 反射波を無視して解析しても解析精度にはほとんど影響を与えないはずである. このような解析法を仮に近似モード整合法と呼び, 本解析の数値計算にはこれを用いる.

円形曲がり部をモード整合法により解析した場合, 曲がり部の入射端で直線状導波路からの入射界を円形曲がり部の正規モードで展開する. それらのモードは固有の位相速度をもってモード変換されることなく曲がり部を伝搬する. 反射波を無視すると曲がり部の入射端 $\theta = 0$ における境界条件を次式のように電界の z 方向成分が連続という条件に近似することができる.

$$E_s(r, 0) = E_c(r, 0) = \sum_{j=0}^N C_{cj} E_{cj}(r, 0) \quad (22)$$

ここで, $E_s(r, 0)$ および $E_c(r, 0)$ は, それぞれ $\theta = 0$ における直線部および曲がり部の電界分布を表す. $E_{cj}(r)$ は, 曲がり部の j 次の伝搬正規モードの電界分布であり, N は伝搬モードの最大次数である. さらに C_{cj} は円形曲がり部の j 次の正規モードの展開係数であり, 次式のように入射波と曲がり部の j 次の正規モードとの重畳積分によって与えられる.

$$C_{cj} = \int_{r_1}^{r_4} E_s(r, 0) H_{cj}(r, 0) dr \quad (23)$$

曲がり部の任意の角 θ における電界は伝搬による位相のずれを考慮して次のように表される。

$$E_c(r, \theta) = \sum_{j=0}^N C_{cj} E_{cj}(r) \exp(-j\nu_j \theta) \quad (24)$$

次に $\theta = \theta_c$ 出射側直線導波路が接続されているとすると、その基本モードの複素モード振幅 $C_{s0}(\theta_c)$ は入射モードの界分布と曲がり部出射端における界分布との重畳積分によって、次のように与えられる。

$$C_{s0}(\theta_c) = \int_{r_1}^{r_4} H_s(r, 0) E_c(r, \theta) dr \quad (25)$$

したがって、入射側直線部から出射側直線部への電力透過率 T は次式のように得られる。

$$T = |C_{s0}(\theta_c)|^2 \quad (26)$$

4.3 円形曲がり導波路の伝搬特性

非開放形曲がりスラブ光導波路に沿う TE 波の伝搬特性解析の解析結果を図 12 および 13 示す。同図では、曲率半径を $r_c = 79.5 \mu\text{m}$ とし、クラッド幅をパラメータとしたときの電力透過率 T を示してある。ただし、図 8 のように直線部を接続した曲がりであれば曲がり角が 2π rad. までの結果を示すべきであるが、曲がり部における伝搬がクラッド幅に大きく依存することが明らかとなるように、 3π rad. まで示してある。同図のクラッド幅は、図 9 の分散特性において、21 および 22 次の 2 つのモード間の固有値の差が最も小さくなる（縮退する）クラッド幅 ($20.03 \mu\text{m}$)、固有値の差が最も大きくなるクラッド幅 ($19.72 \mu\text{m}$) およびそれらの中間の値 ($19.88 \mu\text{m}$) の 3 種類を選んである。図 13 から、クラッド幅 $20.03 \mu\text{m}$ の縮退の場合、電力透過率は導波路を光波が伝搬するのに伴い一旦ほぼ零まで減少する。これは、曲がり部に入射した基本モードの電力が、曲がり部を伝搬するにしたがって曲がりの外側のクラッド領域に放射され、コア導波モードと WG モードの間にはほぼ完全な電力変換が生じているためである。そしてさらに伝搬すると電力透過率は増加に転じ、ほとんどの電力が再びコアに集中する。これに対しクラッド幅が $19.72 \mu\text{m}$ および $19.88 \mu\text{m}$ の場合は、電力透過率は曲がり角 θ の大きさに対して短い周期でほぼ周期的に振動しており、大きな電力の減少はない。これはコア導波モードの電力が、ほとんど WG モードの電力に変換されることなく伝搬しているためである。このような、僅かなクラッド幅の違いによる電力透過率は大幅な変化は、放射波の光路長の違いによるものとして説明できる。つまり、曲がりの外側の電気壁によって反射された放射波の位相は、クラッド幅が異なればその光路長も異なるため、再びコア領域に達したときクラッド幅に依存して変化する。従って、もともとコアを伝搬していた光波の位相と放射波の位相が同相の場合、光波は強め合って電力透過率は増加し、逆相の場合は減少する。

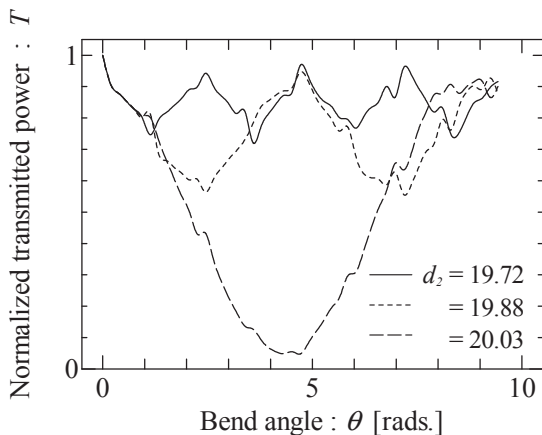


図 12: クラッド幅を変えた場合の透過電力特性 $|T|^2$ 。

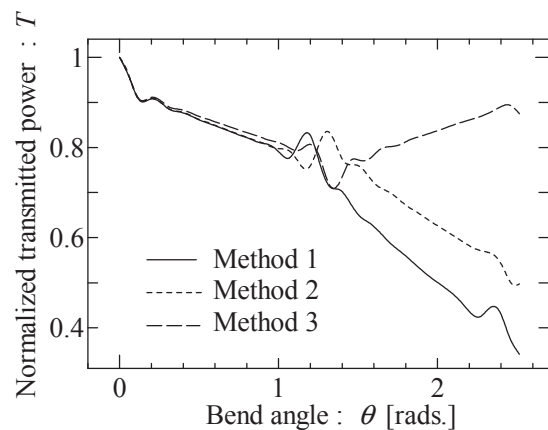


図 13: 3 つの方法による透過電力特性。

曲がり角 θ に対する電力透過率 T を3種類の解析法を用いて解析した結果を図14示してある。ただし、曲率半径は $r_c = 79.5 \mu\text{m}$ としてある。同図中の Method1 は本解析法の解析結果であり、Method2 および Method3 は文献 [26],[27] の解析法による結果である。文献 [26],[27] の解析法は図8に示す円形曲がり部に等角写像を用いる解析法、即ち、円形曲がり部を曲率半径に依存した屈折率分布を持つ等価直線導波路に置き換える解析法である。文献 [26],[27] では多層分割法を用いて正規モードを解析し、本論文と同様のモード整合法により電力透過率を解析してある。Method2 および Method3 と本解析法の相違点は、等角写像を用いたことと、正規モードの解析法だけである。また Method2 では等価直線導波路の屈折率分布 $n(x)$ は、円形曲がり導波路の屈折率分布 $n(r)$ を用いて

$$n(x) = n(r) \exp\left(\frac{x}{r}\right) \quad (27)$$

と変換しているのに対し、Method3 では式 (27) を近似し次式のように変換している。

$$n(x) = n(r) \sqrt{1 + \frac{2x}{r}} \quad (28)$$

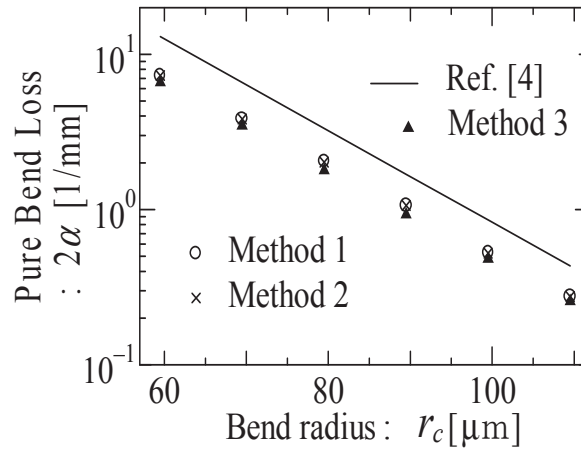


図14: Pure Bending loss.

図15において曲がり角 θ が 0.2 rad. 付近までの電力の急激な減少は、入射側直線部と曲がり部の導波モードの界分布形状の相違に起因するモード変換損 (Transition Loss) が主に影響していると考えられる。次に、 θ が 0.2 rad. から 0.9 rad. 付近までの電力の単調な減少は、円形曲がり部に特有の損失である Pure Bend Loss (PBL) によるものである。Method1 および Method2 は電力の減少の割合が等しいが、Method3 は電力の減少の割合に差が見られる。これは、前述した式 (27) を式 (28) に近似したためであると考えられる。PBL は導波路を伝搬する電力から一定の割合で放射されると考えられており、この領域における電力透過率は PBL が小さければ次の指数関数にしたがって減少すると考えて良い。

$$f(\theta) = A \exp(-2\alpha\theta) \quad (29)$$

ここで、式 (eq40) において、 A は任意定数である。また、 2α は PBL を決定する減衰定数であり、この領域の電力透過率の傾きから容易に求めることができる。本論文ではこの減衰定数 2α を PBL として評価する。図15に Method1, Method2 および Method3 により解析した曲がり部に固有の損失 2α の曲率半径に対する特性を示している。また Marcuse [6] による近似解析の結果も比較のため併記した。図15から、曲率半径に無関係に、Method2 によって求めた PBL (2α) は厳密な解析法である Method1 とほとんど同じ値が得られていること、しかし Method3 の値は両者に比べ僅かに小さくなっていることがわかる。このことは図14の電力透過率の傾きからも明らかである。また、Marcuseの結果は解析解であり、計算が容易であるという特長を有するが PBL を大きめに見積もる可能性があると思われる。最後に、本論文の解析結果と等角写像を用いた解析結果との比較を行う。PBL に関しては本論文の結果と Method2 の結果には差が現れな

かった。即ち、等角写像を用いる場合、等価直線導波路に式 (27) で表される屈折率分布を用いると、PBL を精度良く求めることができると考えられる。これに対して、同じ等角写像を用いても、式 (28) の屈折率分布を用いると僅かではあるが PBL に差が生じることがわかった。伝搬特性については、図 14 から明らかのように、曲がり角 θ が 0.9 rad. より小さい場合には伝搬特性には差が現れていない。しかし、曲がり角が 0.9 rad. より大きい場合には、一旦放射された波動が導波路のコアに沿う波動と再結合を生じるようになるため、本論文の結果と Method2 の結果には大きな差が生じたと考えられる。即ち、Method2 では等角写像を用いているため、放射波の伝搬に伴う位相の変化を厳密に取り扱うことができないためと考えられる。このことから、クラッド幅が有限の円形曲がり導波路のように放射波がコア導波モードと再結合を起こす場合には、等角写像を用いた解析は反射波の位相を精度よく取り扱えない恐れがあることがわかる。

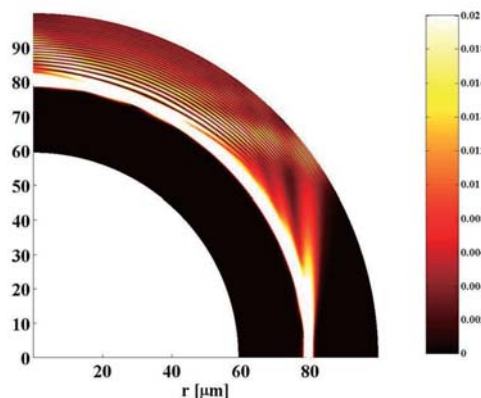


図 15: 曲がり部における電力分布.

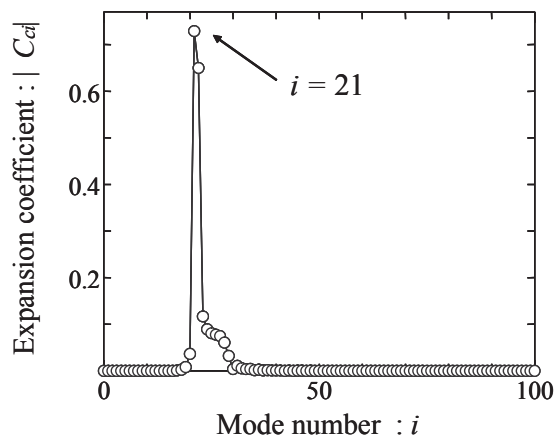


図 16: 円形曲がり部の正規モードの振幅係数.

クラッド幅が $20 \mu\text{m}$ の場合の円形曲がり部における電力分布を図 16 に、そして、円形曲がり部の正規モードの振幅係数を図 17 に示す。図 16 の電力分布は、鋭いビーム状の放射波と円形曲がり部の動径方向に定在波パターンをつくる放射波の重ね合わせとみなすことができる。鋭いビーム状の放射波が Transition loss に、そして、円形曲がり部の動径方向に定在波パターンをつくる放射波が Pure bend loss に対応する [26].

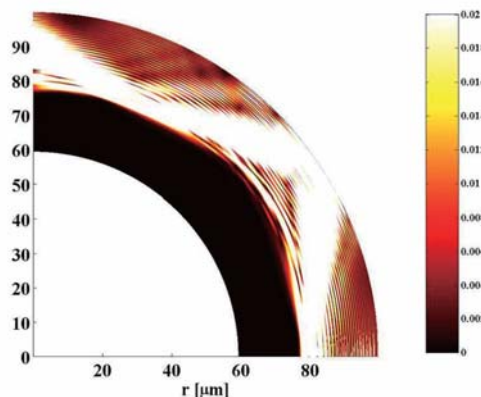


図 17: 21 から 23 次モードを除いたときの電力分布.

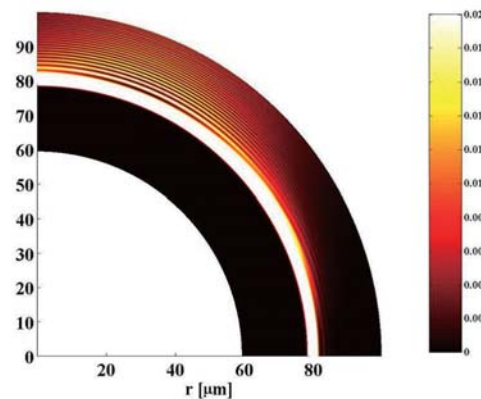


図 18: 21 から 23 次の正規モードの伝搬による電力分布.

このことは次のようにして示すことができる。まず、21 次から 23 次モードを除いて、すなわち、これら 3 つのモードの複素振幅係数を零とおいて曲がり部における電力分布を計算したのが図 18 である。鋭いピーク状の放射が直線部と円形曲がり部の接続部で生じていることが確かめられる。また、21 次から 23 次モードのみを用いて電力分布を計算したのが図 19 である。この図から、伝搬に伴い動径方向に定在波パターンを

つくる放射波が強く表れていること、そして、ビーム状の放射波が現れていないことが確認できる。空間的に鋭い指向性を持つ放射波は広いスペクトルのモードから生じ、空間的に広がった放射波は狭いスペクトルのモードから生じている。

5 曲がり損失の軽減法

円形曲がり部における損失の特性が明らかになったので、これを軽減する方法を考案することができる [28]。そのような円形曲がり部の構造を図 20 に示す。直線部と円形曲がり部を軸ずれさせて接続すること

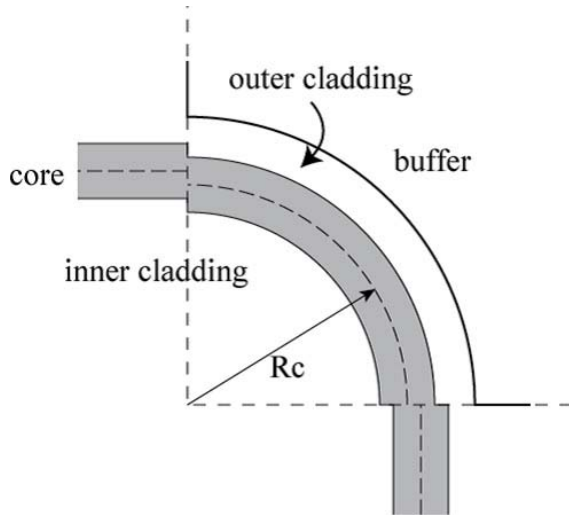


図 19: 曲がり損失の軽減法。クラッド幅を狭くし、直線部と円形曲がり部を軸ずれ接続する。

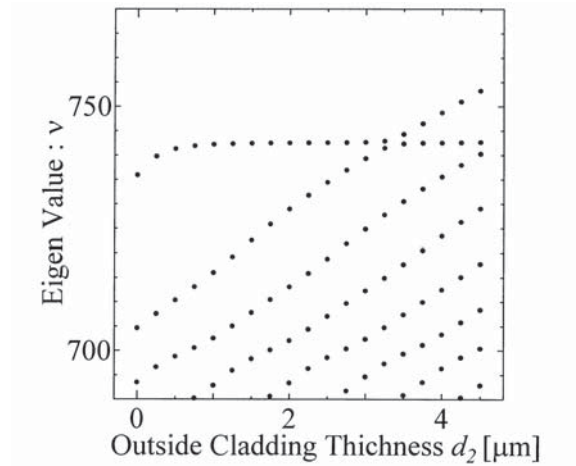


図 20: 正規モードの伝搬定数。

により Transition loss を軽減できることは知られている。また、前章の結果から、クラッドモードとコア導波モードの固有値が縮退していなければ、Pure bend loss は大きくならないことがわかっている。つまり、Pure bend loss を軽減するためにはコア導波モードと WG モードの固有値ができるだけ異なるようにすればよい。そこで、図 20 に示すように、クラッド幅を狭くし、直線部と円形曲がり部を軸ずれ接続する。外側クラッド幅に対する円形曲がり部の正規モードの固有値を図 21 に示す。外側クラッド幅が狭い場合、コア導波モードの固有値は WG モードの固有値より大きい。そして、外側クラッド幅が $3.25 \mu\text{m}$ となると、WG モードと最初の縮退が起こる。

図 22 に外側クラッド幅を $3.25 \mu\text{m}$ および $1 \mu\text{m}$ としたときの透過電力を示す。図 22 から明らかのように、外側クラッド幅が $3.25 \mu\text{m}$ のときは、入射電力はクラッド中を伝搬するようになり、透過電力は伝搬に伴い小さくなる。コア導波モードと WG モードが縮退したためである。一方、外側導波路幅が $1 \mu\text{m}$ のときは、透過電力は振動的であり、軸ずれが $\delta = 0$ のときでも 93% 以下になることはない。また、軸ずれが $\delta = 0.1 \mu\text{m}$ のときには 99% 以上の電力が透過するようになる。

ベッセル関数のように振動的な解を持つ常微分方程式についてはルンゲ・クッタ法と砲撃法を使って精度良く解析できることは、このようにして求めた数値解をソフトウェア Mathematica Ver.4 による結果と比較することにより確かめてある [25]。ルンゲ・クッタ法では、step-index 型屈折率分布の導波路のみならず、屈折率が動径方向に変化する graded-index 型分布の導波路でも同様に扱うことができる。そこで、graded-index 型のスラブ導波路についても曲がりに沿う電磁波の伝搬特性を解析し、pure bend loss を数値的に求めることができる [29]-[31]。

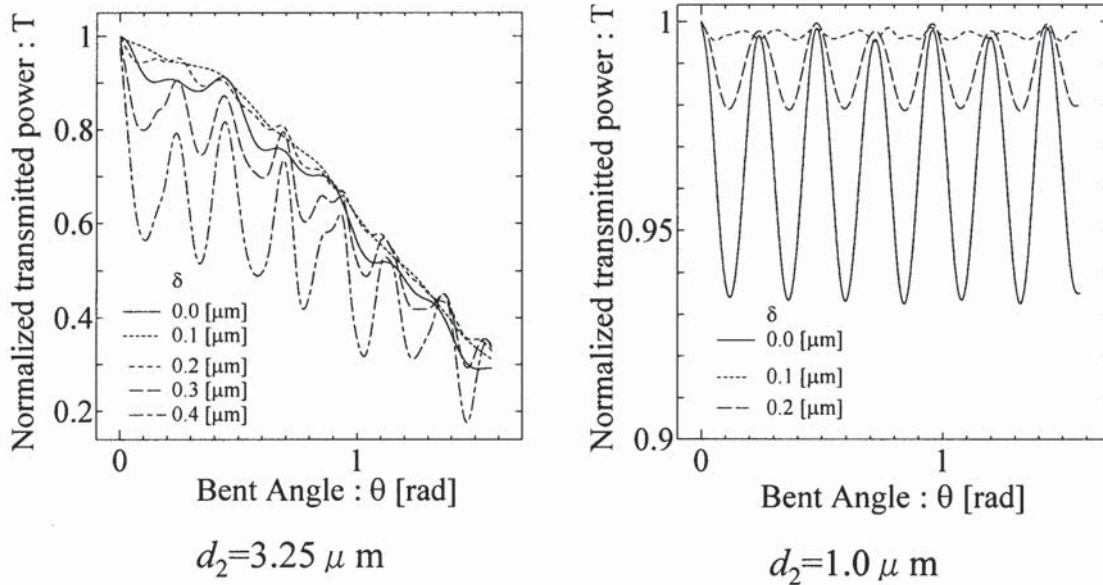


図 21: クラッド幅を $3.25\mu\text{m}$ と $1.0\mu\text{m}$ としたときの損失.

6 まとめ

本稿では、スラブ光導波路のテーパ部と円形曲がり部に沿う TE 波のモード変換、放射現象を非開放型導波路に置き換えて解析が可能であることを示した。ここで言う非開放型導波路は開放型導波路のクラッド中に仮想境界壁を付け加えた構造をとる。テーパ部や曲がり部では放射を生じるが、非開放型の導波路では離散的なモードのみを用いて解析が可能である。

テーパ部は伝搬モードの異なる導波路間を効率的に接続するための導波路であり、形状や屈折率分布が伝送方向に緩やかに変化する。これを取り扱うためにステップ近似解析法を用いた。ステップ近似解析法は正規モードが計算可能な導波路を多数接続し、元の導波路を近似する方法である。テーパ型導波路の解析では、放射損失、放射パターンなど基本的な特性を求め、開放型導波路における解析結果ときわめてよく一致することを示した。また、モード変換、放射現象に関与するモードを全て使わなくても、大きな寄与を与えるモードのみを使っても精度を落とすことなく解析できることを示した。

円形曲がり部は波を導く方向を変えるときに必要であり、一般に曲率の異なる円形曲がり部を接続する。円形曲がり部では、反射波が小さいので近似モード整合法による解析を行った。曲がり部の損失には、曲がり部に固有の pure bending loss と接続部における正規モードの違いに基づく transition loss がある。pure bending loss については、本解析法の結果は従来の等角写像を用いた結果と良く一致することがわかった。しかし、放射波がコア導波モードと相互作用するようになると、等角写像を用いたのでは正確な解析ができないことを示した。

pure bending loss は曲がり部に固有の損失であり、導波路構造により定まってしまう。本稿では、外側クラッド幅を狭くすることによってこの損失を軽減できることを示した。また、transition loss については、直線部と円形曲がり部を軸ずれ接続することにより軽減できることを確かめた。

本稿では TE 波が伝搬する場合のみを説明したが、TM 波についても同様に解析が可能であることは文献 [27],[32],[33] に示してある。また、テーパ型光ファイバ [34]、有限クラッド径を有する円形曲がり光ファイバ [35] やラジオ波の地表に沿った伝搬 [36] のような問題も非開放系として取り扱うことが可能である。

謝辞

本稿をまとめるにあたり、参考文献にあげた論文に目を通した。如何に多くの人に助けられているかを感じざるを得なかった。このような研究に導いてくださった故沢新之輔先生(大阪府立大学名誉教授)にお礼申し上げる。また、同僚として共同で研究を行った堀田昌志博士(現 山口大学電気電子工学科准教授)、松永真由美博士(愛媛大学講師)に深謝する。参考文献にあげた卒業生はもちろん、多くの愛媛大学卒業生に修士論文あるいは卒業論文のテーマとしてこれら研究を推進していただいた。ここに感謝の意を表す。

引用文献

- 1) 山下榮吉監修, 電磁波問題の基礎解析法, 電子情報通信学会, 1987.
- 2) 山下榮吉監修, 電磁波問題解析の実際, 電子情報通信学会, 1993.
- 3) M.Levy, Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation, The Institute of Electrical Engineers, 2000.
- 4) J.Yamauchi, Propagating Beam Analysis of Optical Waveguides, Resurch Studies Press LTD., 2003.
- 5) P.J.B.Clarricoats and Sharpe A.B.: "Model match- ing applied to a discontinuity in a planar surface waveguide", Electronics Letters, 12, 18, pp.28-29, 1972.
- 6) D. Marcuse, Light Transmission Optics, Van Nostrand Reinhold Co. (Bell Laboratory Series), 1972.
- 7) Goodman, Introduction to Fourier Optics, p.42, 1970.
- 8) R.E.Collin, Field Theory of Guided Waves, Chap.5, McGraw-Hill Book Company, 1960.
- 9) G.H.Brooke and M.M.Z.Kharadly: "Step disconti- nuity on dielectric waveguides", Electronics Letters, 12, 18, pp.473-475, 1976.
- 10) D.Marcuse, Radiation losses of tapered dielectric slab waveguides, Bell Syst. Tech. J., **49**, 2, pp.273-290, 1970.
- 11) A.R.Nelson, Coupling optical waveguides by tapers, Appl. Opt., **14**, 12, pp.3012-3015, 1975.
- 12) S.Sawa, A theoretical study of light beams guides along tapered lens like media, and their application, IEEE Trans. Microwave Theory & Tech. **MTT-24**, 2, pp.77-93, 1976.
- 13) 沢 小野 尾高 佐久間, 仮想境界壁を用いたテーパ形スラブ光導波路の解析, 電子通信学会論文誌 **63-C**, 2pp.104-111, 昭.55, 2.
- 14) 沢、小野、佐久間、尾高、テーパ型スラブ光導波路の基礎的研究 (I)、愛媛大学紀要 第三部工学、第9巻、第2号、pp.229-241(昭.54, 2).
- 15) 小野、沢、テーパ形スラブ光導波路の基礎的研究 (III)、愛媛大学工学部紀要、第10巻、第2号、pp.97-106, 昭和58年, 1983.
- 16) 小野、沢、テーパ形スラブ光導波路の基礎的研究 (IV)、愛媛大学工学部紀要、第10巻、第4号、pp.85-94, 昭和60年, 1985.
- 17) 小野、沢、二モード不均一結合系の一解析法とその応用, 電子情報通信学会論文誌, **J69-C**, 10, pp.1255-1265, 1986.
- 18) W.A.Gambling, H.Matsumura and C.M.Ragdale, Curvature and microbending losses in single-mode fibres, Opt. Quant. Elect., **11**, 1, pp.43-59, 1979.
- 19) E. A. J. Marcatili, Bends in optical dielectric guides, Bell Syst. Tech. J., **48**, 7, pp.2103-2132, 1969.
- 20) D. Marcuse, Bending loss of the asymmetric slab waveguide, Bell Syst. Tech. J., **50**, 8, pp.2551-2563, 1971.
- 21) M. Heiblum, J. H. Harris, Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation, IEEE J. Quantum Electron., **QE-11**, 2, pp.75-83, 1975.
- 22) D. Marcuse, Bend loss of slab and fiber modes computed with diffraction theory, J. Lightwave Technol., **LT-29**, 12, pp.2957-2961, 1993.
- 23) Y. Murakami and H. Tsuchiya, Bending loss of coated single-mode optical fibers, IEEE J. Quantum Electron., **QE-14**, 7, pp.495-501, 1978.

- 24) A. J. Harris and P. F. Castle, Bend loss measurements on high numerical aperture single-mode fibers as a function of wavelength and bend radius, *J. Lightwave Technol.*, **LT-4**, 1, pp.34-40, 1986.
- 25) 小野和雄, 田原靖文, マリア・ミリアナシュビリ, 堀田昌志, 有限クラッド幅を有する円形曲がり光導波路の特性解析 (IV), *愛媛大学工学部紀要*, 第 18 巻, pp.145-157, 1999.
- 26) M. Mirianashvili, K. Ono and M. Hotta, Coupled-mode analysis of bent planar waveguides with finite claddings, *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol.37, Pt.1, No.6B (1998-06)
- 27) 小野和雄, 真鍋正樹, 堀田昌志, 有限クラッド幅を有する円形曲がり光導波路の特性解析 (II)”, *愛媛大学工学部紀要*, 第 18 巻, pp.145-157, 1999.
- 28) K. ONO, M. MATSUNAGA, I. KOUNO, R. KAWAMURA and Y. KONISHI, Low Loss Design Considerations for Circularly Bent Slab Waveguides, 8th International Symposium on Microwave and Optical Technology, Special Session on Guide-Wave Photonics (In memory of Prof. Gar-Lam Yip), Montreal, 2001.
- 29) M. Mirianashvili, K. Ono and M. Hotta, Modal-matching analysis of loss in bent graded-index optical slab waveguides, *IEICE of Japan*, **E84-C**, 2, 2001.
- 30) K.Ono, M.Matsunaga, T.Wakaki and Y.Ootani, Propagation characteristics of circularly bent gradient-index planar waveguides with finite cladding thicknesses,, *Proc.of SPIE for the 9th International Symposium on Microwave and Optical Technology* **5445**. pp.176-179, 2004.
- 31) 小野和雄, 若木隆憲, 松永真由美, 銀イオン拡散型ガラス製導波路の円形曲がり部に沿う T E 波の伝搬特性の解析, *電子情報通信学会技術研究報告*, EMT-04-12, 2004.
- 32) 沢、小野、三谷、テーパ型スラブ光導波路の基礎的研究 (II)、*愛媛大学紀要*、第三部工学、第 9 巻、第 3 号、pp.201-210、昭.55, 3.
- 33) M. Mirianashvili, K. Ono, Y. Tahara and M. Hotta, Pure bend loss of TM mode in slab waveguides bounded by magnetic walls, *Proc. of the 1998 IEICE General Conference*, p. 44 (1998).
- 34) 沢、小野、高平、仮想電気壁を用いたテーパ形光ファイバの解析, *愛媛大学紀要*, 第三部, 工学, 第 9 巻, 第 4 号, pp.209-217, 昭和 56 年.
- 35) M. Mirianashvili, K. Ono and M. Hotta, Coupled-mode analysis of loss in bent single-mode optical fibers, *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol.39, Pt.1, No.3B (2000-03).
- 36) 池田秀章、乗松義弘、小野和雄、平面状混合路に沿うラジオ波のモード整合法による解析, *電子情報通信学会技術研究報告*, MW2006-144, pp.1-6, 2006.