

## 都市下水道管渠網の空気圧縮を伴う雨水流出シミュレーションモデル

### A Runoff Simulation Model with Air Compression in Urban Storm Sewer Pipe System

東 正史\*・渡辺 政広\*\*・友近 榮治\*\*\*・佐々木 悠平\*\*\*\*

Masafumi AZUMA\*, Masahiro WATANABE\*\*, Eiji TOMOCHIKA\*\*\*, Yuhei SASAKI\*\*\*\*

A runoff simulation model with an air compression in urban storm sewer pipe systems is proposed.

An urban storm water runoff phenomenon in which manhole covers in a storm sewer pipe system are blown away has occurred frequently during heavy rain. This phenomenon occurs due to the compression of air in manholes and sewer pipes, and the compression is caused by the rising storm water surface. In this paper, an urban storm water runoff simulation model that can simulate the air movement and temporal and spatial variations of air pressure in the pipe system is presented. At first, basic equations for air flow and storm water flow in the pipe system are derived. Secondly, a numerical simulation method for the basic equations that is a characteristic grid method of specified time intervals is proposed. Finally, the applicability of the simulation model is examined by applying the model to runoff experiments. As a result, it is concluded that the model is a useful and practical simulation model, which can precisely simulate the air movement in the sewer pipe system during a heavy rain.

*Key words:* Air pressure, air flow, lateral pipe, manhole, urban storm sewer pipe system

## 1. 緒 言

近年、各地の都市下水道流域で、いわゆるゲリラ豪雨などの強雨・豪雨による浸水氾濫災害がたびたび発生するようになってきているが、こうした強雨・豪雨時の下水道管渠システムの雨水流出を見ると、流出（水位）の増大（上昇）に伴って管渠内およびマンホール内の空気が圧縮され、マンホール蓋が飛散する現象や取付管を通じて流出雨水が家庭内排水設備へ吹き上げ・逆流する現象がたびたび発生しており、こうした流出現象の解明が課題とされてきている。すなわち、下水道管渠の空気圧縮を伴う雨水流出解析モデルの開発が急務と言われてきている<sup>[1],[2]</sup>。

\* 日本上下水道設計株式会社関東支社グループリーダー  
Group Leader, Kanto Branch Office, Nippon Jagesuido Sekkei Co., Ltd.

\*\* 愛媛大学大学院理工学研究科生産環境工学専攻教授  
Professor, Department of Engineering for Production and Environment, Graduate School of Science and Engineering, Ehime University

\*\*\* 南海測量設計株式会社技術管理部部長  
Chief Engineer, Department of Technical Qualification, Nankai Survey Design Co., Ltd.

\*\*\*\* 愛媛大学大学院理工学研究科博士前期課程生産環境工学専攻  
Master Course Student, Department of Engineering for Production and Environment, Graduate School of Science and Engineering, Ehime University

原稿受理 平成25年10月31日

本論文では、下水道管渠の雨水流出が開水路非定常流れである場合について、管渠内およびマンホールでの空気の圧縮を考慮した下水道管渠システムの雨水流出モデルを提案している。はじめに、空気の流れは等エントロピー流れであり、取付管とマンホール蓋空気孔を通じて吸排気が行われるとして、下水道管渠内およびマンホール部分における空気の流れの運動方程式と連続の式をそれぞれ導出している。また、下水道管渠内の空気圧が時空間的に変化することを考慮し、下水道管渠の雨水の流れの運動方程式と連続の式を導出している。次に、これら流れの基礎式を特性曲線法を用いて数値解析する数値計算式を導出している。最後に、本モデルを下水道模型管渠における流出実験に適用し、本モデルによりシミュレートされた下水道管渠内の空気圧ハイドログラフを実測結果（空気圧ハイドログラフ）と対比して、本モデルの適合性（適用性）を検討している。

## 2. 下水道管渠網における雨水・空気の流れの基礎式

### 2.1 下水道管渠網における空気の流れの基礎式

空気の流れは、等エントロピー流れであるとする。また、管渠網内の空気は、取付管やマンホール蓋空気孔を通して吸排気されていることを考慮する。

#### (1) 管渠における空気の流れの連続の式と運動方程式

**Fig. 1** に示す下水道管渠の微小区間の空気の流れに、質量保存則と運動量の定理を適用すると、連続の式(1)式と運動方程式(2)式を得る。

連続の式：

$$A_a \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_a \frac{\partial A_a}{\partial t} + \rho_a A_a \frac{\partial V_a}{\partial x} + \rho_a V_a \frac{\partial A_a}{\partial x} + A_a V_a \frac{\partial \rho_a}{\partial x} + m' = 0 \quad (1)$$

運動方程式<sup>[3][5]</sup>：

$$\frac{\partial V_a}{\partial t} + V_a \frac{\partial V_a}{\partial x} + \frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p_a}{\partial x} + f_D \frac{1}{4R_a} \frac{1}{2} |V_a| V_a - \frac{m' V_a}{\rho_a A_a} = 0 \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ; f_D = 4 \times 0.0625 \left/ \left[ \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{3.7 \times 4R_a} + \frac{5.74}{R_e^{0.9}} \right) \right]^2 \right. \quad (\text{乱流}), \\ ; f_D = 64 / R_e \quad (\text{層流}), \\ ; R_e = \frac{4 \times R_a V_a}{\nu_a}, \\ ; m = C_m \rho_a F_l \left( \frac{p_0}{p_a} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_a}{\rho_a} \left\{ 1 - \left( \frac{p_0}{p_a} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right\}} \quad (\text{排気}), \\ ; m = -C_m \rho_0 F_l \left( \frac{p_a}{p_0} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left\{ 1 - \left( \frac{p_a}{p_0} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right\}} \quad (\text{吸気}), \\ ; m' = m / \Delta x \end{array} \right. \quad (3)$$

等エントロピー流れの式：

$$\frac{p_a}{\rho_a^\gamma} = \frac{p_0}{\rho_0^\gamma} \quad (4)$$

ここに、 $A_a$ ：空気の流れの断面積、 $\rho_a$ ：空気の密度、 $V_a$ ：空気の流速、 $p_a$ ：空気の圧力、 $m'$ ：管渠単位長さ当たりの空気の排気質量流量、 $p_0$ ：大気の圧力、 $\rho_0$ ：大気の密度、 $C_m$ ：流量係数、 $f_D$ ：摩擦損失係数、 $R_e$ ：レイノルズ数、 $R_a$ ：径深、 $\varepsilon$ ：管壁の粗度高さ、 $\nu_a$ ：空気の動粘性係数、 $F_l$ ： $\Delta x$  区間の取付管の総断面積、 $\gamma$ ：比熱比(=1.4)、 $\Delta x$ ：計算距離さざみ、 $t$ ：時間、 $x$ ：距離。

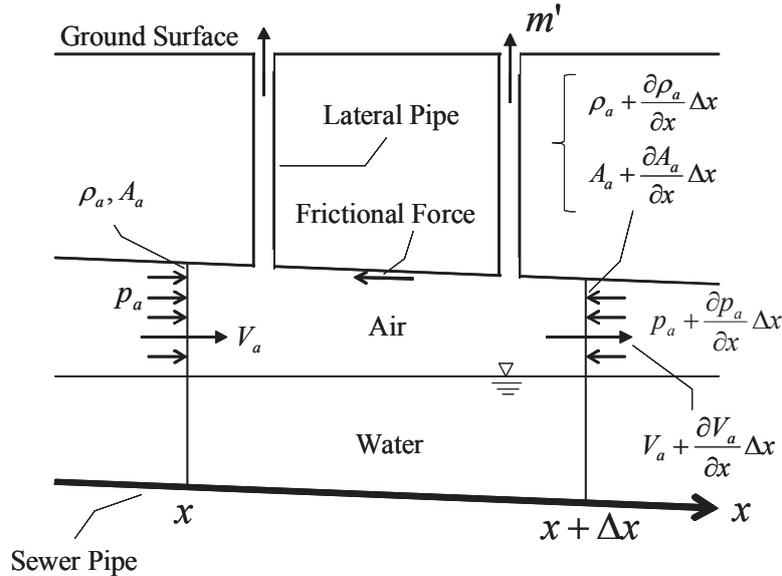


Fig. 1 Control volume for basic flow equations of air in sewer pipe.

## (2) マンホールにおける空気の流れの基礎式

マンホールでは、マンホール内空気圧と大気圧の大小関係により、マンホール蓋に設けられている空気孔を通じて、吸気、排気が行われる (Fig. 2)。

連続の式：

$$F_M \frac{d}{dt} \left\{ \rho_M (h_G - h_M) \right\} = A_{a u} \rho_M V_{a u} - A_{a d} \rho_M V_{a d} - m_M \quad (5)$$

吸排気質量流量<sup>[4],[5]</sup>：

$$\left\{ \begin{array}{l} m_M = C_m \rho_M F_A \left( \frac{p_0}{p_M} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_M}{\rho_M} \left\{ 1 - \left( \frac{p_0}{p_M} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right\}} \quad (\text{排気}) \\ m_M = -C_m \rho_0 F_A \left( \frac{p_M}{p_0} \right)^{1/\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left\{ 1 - \left( \frac{p_M}{p_0} \right)^{\gamma-1/\gamma} \right\}} \quad (\text{吸気}) \end{array} \right. \quad (6)$$

ここに、 $m_M$  : マンホールからの吸排気質量流量、 $\rho_M$  : マンホールにおける空気密度、 $h_M$  : マンホールにおける水深、 $p_M$  : マンホールにおける空気圧力、 $A_{a u}$ 、 $A_{a d}$  : 上流から流入する管渠、下流へ流出する管渠の空気の流れの断面積、 $V_{a u}$ 、 $V_{a d}$  : 上流から流入する管渠、下流へ流出する管渠の空気の流れの流速、 $h_G$  : マンホール深、 $F_A$  : マンホール蓋の空気孔の総断面積、 $F_M$  : マンホール水平面積。

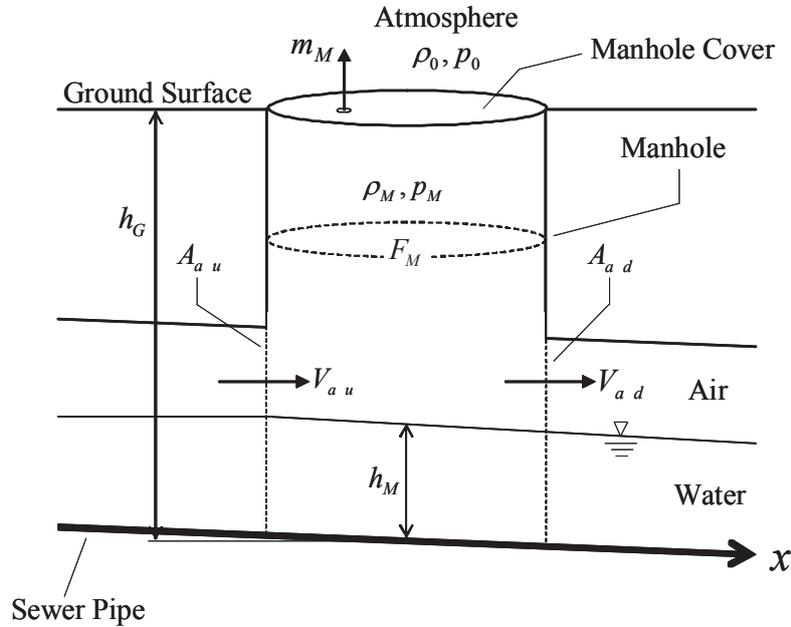


Fig. 2 Control volume for continuity equation of air in manhole.

### (3) 下水道管渠網における雨水の流れの基礎式

空気圧が場所的、時間的に変動することを考慮し、Fig. 3 に示すように、微小区間  $\Delta x$  の雨水の流れに、運動量の定理および質量保存則を適用すると、次の雨水の流れの運動方程式と連続の式を得る。

下水道管渠における雨水の流れの運動方程式：

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V_w}{\partial t} + \frac{V_w}{g} \frac{\partial V_w}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{\rho_w g} \frac{\partial p'_a}{\partial x} - S_0 + \frac{n^2 |V_w| V_w}{R_w^{4/3}} = 0 \quad (7)$$

下水道管渠における雨水の流れの連続の式：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + V_w \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{c_w^2}{g} \frac{\partial V_w}{\partial x} = 0 ; c_w = \sqrt{g \frac{A_w}{B}} \quad (8)$$

マンホールにおける雨水の流れの連続の式：

$$0 = \sum Q_{in} - \sum Q_{out} \quad (9)$$

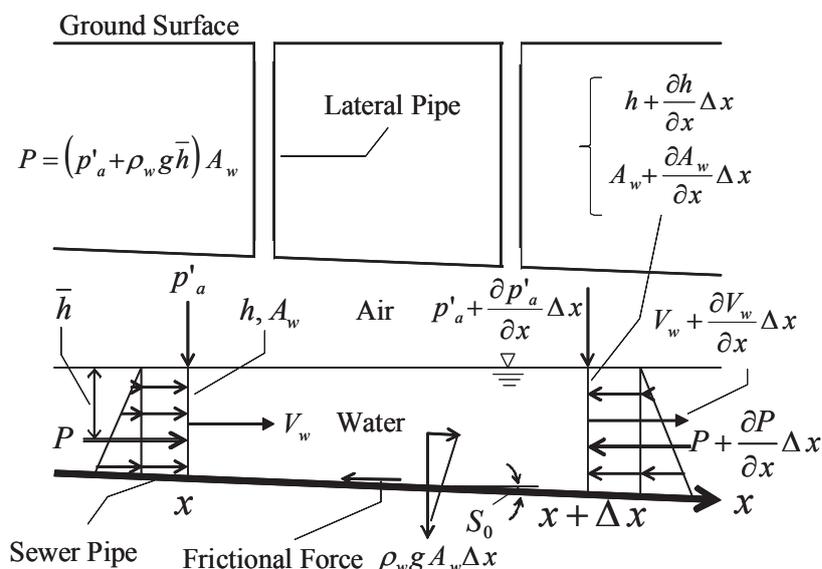


Fig. 3 Control volume for basic flow equations of storm water in sewer pipe.

ここに,  $V_w$  : 雨水の流れの流速,  $\rho_w$  : 水の密度,  $h$  : 水深,  $A_w$  : 流水断面積,  $c_w$  : 微小擾乱の伝播速度,  $B$  : 水面幅,  $R_w$  : 径深,  $p'_a$  : 空気圧 (ゲージ圧),  $S_0$  : 管渠勾配,  $n$  : マニングの粗度係数,  $\sum Q_{in}$  : マンホールへの流入流量の合計,  $\sum Q_{out}$  : マンホールからの流出流量の合計,  $g$  : 重力加速度。

上の(7)式, (8)式を見ると, (7)式の左辺第4項に空気圧の場所的変動を表す偏微分項が含まれており, この点において, いわゆる Saint-Venant の式<sup>[6]</sup>とは異なっている。

### 3. 基礎式の数値解析

流れの基礎式(1)~(9)式の数値解析には, 数値計算上の安定性に優れ, 精度高い解析結果が得られると言われている, 特性曲線法を用いることとする。

なお, 紙数制限のため, ここでは, 空気の流れの基礎式の数値解析法についてのみ述べる。

#### 3.1 特性曲線と特性方程式 (特性曲線法)

空気の流れの基礎式(1)~(6)式を特性曲線表示すると, 次の特性曲線式(10)式, (12)式および特性方程式(11)式, (13)式を得る。

$$\frac{dx}{dt} = V_a + a \quad : \Phi \quad (10)$$

$$\frac{dV_a}{dt} + \frac{a}{\rho_a} \frac{d\rho_a}{dt} + \frac{a}{A_a} \left( \frac{\partial A_a}{\partial t} + V_a \frac{\partial A_a}{\partial x} \right) + f_D \frac{1}{4R_a} \frac{1}{2} |V_a| V_a - m' \frac{V_a - a}{\rho_a A_a} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{dx}{dt} = V_a - a \quad : \Psi \quad (12)$$

$$\frac{dV_a}{dt} - \frac{a}{\rho_a} \frac{d\rho_a}{dt} - \frac{a}{A_a} \left( \frac{\partial A_a}{\partial t} + V_a \frac{\partial A_a}{\partial x} \right) + f_D \frac{1}{4R_a} \frac{1}{2} |V_a| V_a - m' \frac{V_a + a}{\rho_a A_a} = 0 \quad (13)$$

$$; a = \sqrt{\gamma \frac{p_a}{\rho_a}} \quad (\text{音速}) \quad (14)$$

ここに、(11)式および(13)式の左辺第3項は、空気の流れの断面積の時空間的变化が空気の密度（圧力）および空気の流速に及ぼす影響を表している。

### 3.2 数値計算式（矩形格子特性曲線法）

(10)式～(13)式の差分化に当たっては、2次のオーダーの差分近似を行う（Fig. 4）。以下に、特性曲線式(10)式と特性方程式(11)式の差分表示式を示す。

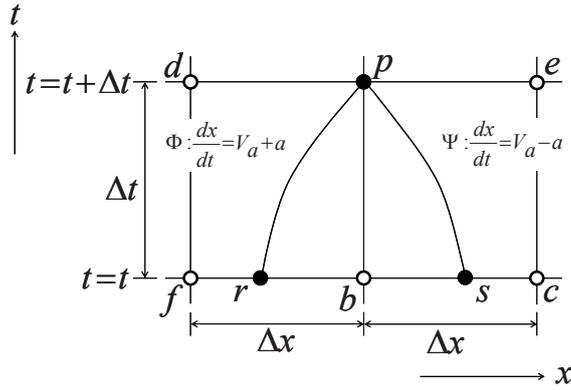


Fig. 4 Specified time interval method.

$$x_p - x_r = \frac{1}{2} \left\{ (V_{ar} + a_r) + (V_{ap} + a_p) \right\} \cdot \Delta t \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & (V_{ap} - V_{ar}) + \frac{1}{2} \left( \frac{a_r}{\rho_{ar}} + \frac{a_p}{\rho_{ap}} \right) (\rho_{ap} - \rho_{ar}) \\ & + \frac{1}{2} \left[ \frac{a_r}{A_{ar}} \left( \frac{\partial A_a}{\partial t} \Big|_r + V_{ar} \frac{\partial A_a}{\partial x} \Big|_r \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{a_p}{A_{ap}} \left( \frac{\partial A_a}{\partial t} \Big|_p + V_{ap} \frac{\partial A_a}{\partial x} \Big|_{r,p} \right) \right] \Delta t \\ & + \frac{1}{2} \left( f_{Dr} \frac{1}{4R_{ar}} \frac{1}{2} |V_{ar}| V_{ar} \right. \\ & \quad \left. + f_{Dp} \frac{1}{4R_{ap}} \frac{1}{2} |V_{ap}| V_{ap} \right) \Delta t \\ & - \frac{1}{2} \left( m'_r \frac{V_{ar} - a_r}{\rho_{ar} A_{ar}} + m'_p \frac{V_{ap} - a_p}{\rho_{ap} A_{ap}} \right) \cdot \Delta t = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

ここに、 $\Delta t$  : 計算時間きざみ、下添字は、**Fig. 4** の  $x-t$  平面上の点 r, p などにおける諸量であることを表す。また、点 r, p などにおける偏微係数の評価には、次の線形内挿を用いた。

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial x} \right|_r = \frac{A_{a b} - A_{a f}}{\Delta x} \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial x} \right|_{r,p} = \frac{A_{a p} - A_{a d}}{\Delta x} \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_r = \left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_b = -\frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{1}{2} \left\{ (V_{a r} + a_r) + (V_{a p} + a_p) \right\} \cdot \left( \left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_b - \left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_f \right) \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_b = \left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_p = \frac{A_{a p} - A_{a b}}{\Delta t} \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial A_a}{\partial t} \right|_f = \frac{A_{a d} - A_{a f}}{\Delta t} \quad (21)$$

なお、具体的な数値計算手順について、(15)式～(21)式は、解析精度を上げるため、3回の繰り返し計算を行うこととしている。ただし、繰り返し計算の1回目においては、点 d, p, e の値をそれぞれ点 f, b, c の値で近似することとしている。

#### 4. 流出実験によるモデルの適用性の検討

**Fig. 5** および **Fig. 6** に示す2つの下水道模型管渠において、空気圧縮を伴う雨水流出実験を行った。この流出実験に本モデルを適用し、本モデルによりシミュレートされた空気圧ハイドログラフを実測結果（空気圧ハイドログラフ）と対比して、本モデルの適用性を調べた。

なお、はじめにも述べたように、下水道模型管渠で出現させた雨水流出は、非定常開水路流れである。また、本モデルは空気の流れのモデルと雨水の流れのモデルから構成されているが、本モデルの適用性の検討にあたり、（雨水の流れのモデルの適用性は既に確認されており）空気の流れのモデルの解析精度を調べる必要があったため、流出シミュレーションに当たっては、実測の水面変動記録を内部境界条件として与えている。

##### 4.1 下水道模型管渠

はじめに、下水道模型管渠 No. 1-1 および No. 1-2 は、**Fig. 5** に示すように、透明アクリルパイプ製で、管渠総延長は約 11m、管渠直径は 10cm、勾配は 2/1,000、粗度係数は  $0.010\text{m}^{-1/3}\cdot\text{s}$  である。マンホールは、内径 15cm、深さ 37.5cm の透明アクリルパイプ製で、2カ所に取り付けられるようになっている。また、マンホール蓋には、直径 5mm の空気孔が最大、8孔設けられるようになっている。取付管は、直径 1cm、長さ 1.2m の透明アクリルパイプ製で、最大、16カ所に取り付けられるようになっている。なお、下水道模型管渠 No. 1-1 は取付管が 2本、設けられた下水道模型管渠であり、No. 1-2 はマンホールが 2カ所に取り付けられた下水道模型管渠である。

次に、下水道模型管渠 No. 2 は、**Fig. 6** に示すように、透明アクリルパイプ製で、管渠総延長は約 22m、管渠直径は 29cm、勾配は 4.4/1,000、粗度係数は  $0.010\text{m}^{-1/3}\cdot\text{s}$  である。マンホールは、内径 46cm、深さ 1.35m の透明アクリルパイプ製で、2カ所に取り付けられている。また、マンホール蓋には、直径 1.3cm の空気孔が最大 4孔、設けられるようになっている。取付管は、直径 5cm、長さ 1.50m の透明アクリルパイプ製で、

最大、12カ所に取り付け可能である。なお、本模型管渠は、株式会社G&U技術研究センター（埼玉県比企郡川島町大字吹塚732-157）に設置されているものである。

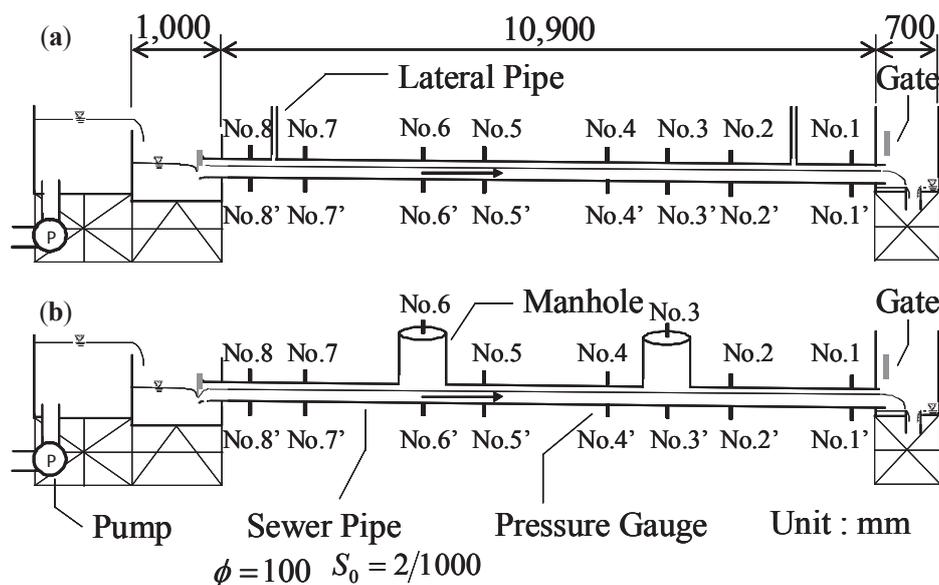


Fig. 5 Experimental sewer pipe systems with lateral pipes and manholes  
 ((a):Sewer system No. 1-1, (b) Sewer system No. 1-2).

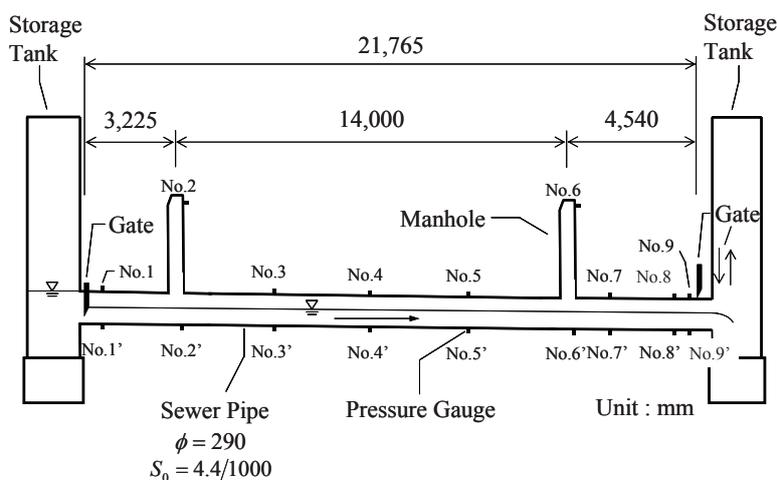


Fig. 6 Experimental sewer pipe system with lateral pipe and manholes  
 (Sewer system No. 2).

## 4.2 流出実験と適用性に関する考察

### (1) 流出実験

はじめに、下水道模型管渠 No. 1-1 および No. 1-2 において、Fig. 7 および Fig. 8 に示すような、空気圧縮を伴う雨水流出（非定常開水路流れ）の実験を行った。実験手順（内容、条件）を示すと、①初期の流れは、上流部で跳水を伴うやや複雑な様相を呈している開水路の不等流流れである、②ここに、管渠システムの上流端では、 $Q=1.48\text{l/s}$ の流量が、ゲートを通じて潜り状態で流入している、③ $t=4.2\text{s}$ （模型管渠 No. 1-1）、 $t=3.9\text{s}$ （模型管渠 No. 1-2）において下流端のゲートを急閉塞（完全閉鎖）する、④サージとバックウォーターが、管渠システム内の空気を圧縮しかつ上流へと押しやりながら、上流へ向けて伝播してゆく、⑤この

間、圧縮された管渠システム内の空気は、取付管やマンホール蓋空気孔を通じて大気中へと排気される、⑥サージとバックウォーターが管渠システムの上流端に到達するとき（模型管渠 No. 1-1 では  $t=26.2s$ , No. 1-2 では  $t=36.4s$ ）、ゲートを急開放（完全開放）する、⑦管渠システム内に貯留されていた流出水は下流端に向かって流出し続ける、⑧この間、管渠システム内に取付管やマンホール蓋空気孔を通じて吸気がなされ、また管渠システムの下流端では管渠内空気が大気中へと排気される、⑨この後、管渠内空気圧、雨水流出はともに初期の大気圧、定常不等流流れに戻る。

次に、下水道模型管渠 No. 2 において、Fig. 9 に示すような、空気圧縮を伴う雨水流出の実験を行った。実験手順（内容、条件）は、上述した下水道模型管渠 No. 1-1 および No. 1-2 におけるものとほぼ同様である。ただし、 $Q=16.7l/s$ 、ゲートを急閉塞、急開放する時刻はそれぞれ  $t=12.9s$ ,  $t=85.0s$  である。

## (2) 流出実験と適用性に関する考察

空気圧ハイドログラフについて、流出シミュレーション結果と実測結果を対比して、Fig. 10～Fig. 12 に示す。

これらの図より、シミュレートされたハイドログラフは、実用上からは、実測結果に見られる時間的変動の特性（傾向）をよく再現できていることが分かる。

なお、シミュレーション結果に見られる大きな変動（振動、誤差）は、内部境界条件として用いた水面形の測定記録の精度が充分で無かったことによると考えられる。この原因を確かめるため、上の流出実験と類似した水面形変動を与えた数値実験結果を、3～5%の水深誤差を伴う水面形変動を与えたそれと対比して検討したところ、Fig. 13 に示すように、水面形変動測定記録に誤差が含まれる場合、Fig. 10～Fig. 12 で見られるような変動（振動、誤差）が現れやすいことが確かめられた。

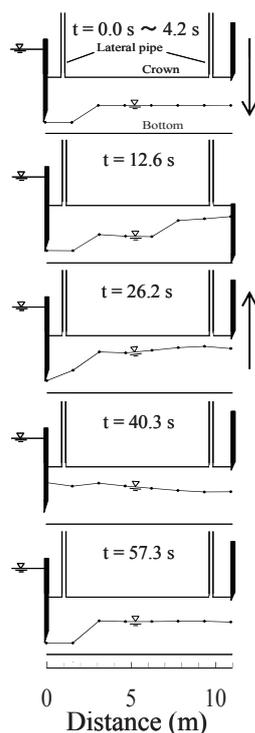


Fig. 7 Temporal and spatial water surface variations in a runoff experiment in sewer system No. 1-1.

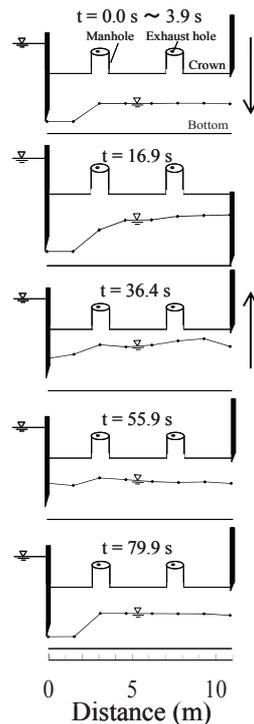


Fig. 8 Temporal and spatial water surface variations in a runoff experiment in sewer system No. 1-2.

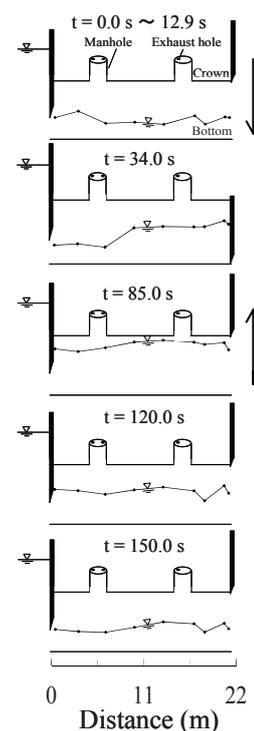
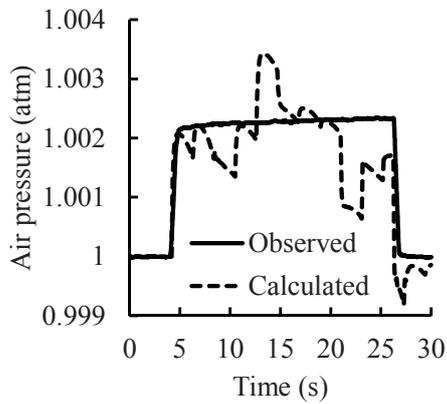
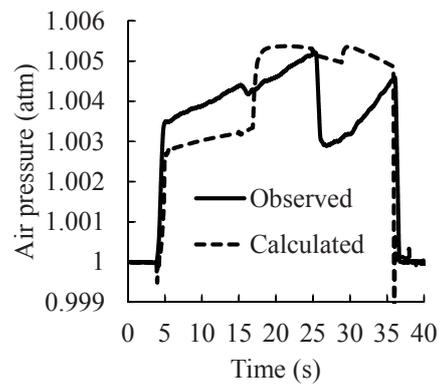


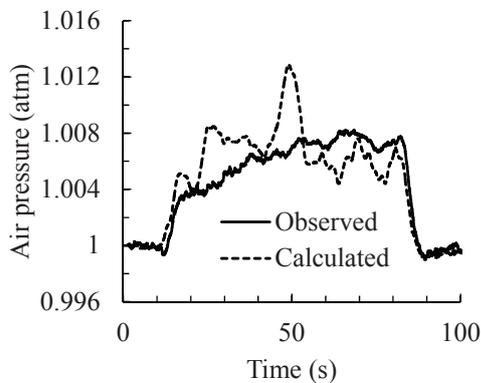
Fig. 9 Temporal and spatial water surface variations in a runoff experiment in sewer system No. 2.



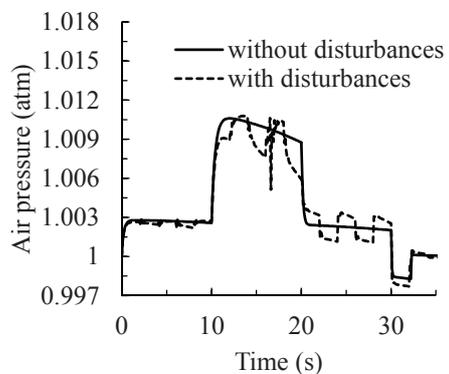
**Fig. 10** Comparison of calculated and observed air-pressure hydrographs at station of sensor No. 6 in sewer system No. 1-1.



**Fig. 11** Comparison of calculated and observed air-pressure hydrographs at station of sensor No. 6 in sewer system No. 1-2.



**Fig. 12** Comparison of calculated and observed air-pressure hydrographs at station of sensor No. 2 in sewer system No. 2.



**Fig. 13** Comparison of simulated air-pressure hydrographs at station of sensor No. 6 in sewer system No. 1-2.

## 5. ま と め

本論文では、空気圧縮を伴う下水道管渠の雨水流出モデルを提案し、本モデルが実用しえることを、流出実験を行って確認した。今後は、下水道管渠のサーチャージ流れへも適用できるよう、モデルの改良を図る必要がある。

## 参 考 文 献

- [1] Wright S. J., Vasconcelos J. G., Creech C. T. and Lewis J. W.: Flow regime transition mechanisms in rapidly filling stormwater storage tunnels, *Environmental Fluid Mechanics*, 8, pp. 605-616, 2008.
- [2] Wright S. J., Lewis J. W. and Vasconcelos J. G.: Geysering in rapidly filling storm-water tunnels, *J. Hydraulic Engineering, ASCE*, Vol. 137, No. 1, pp. 112-115, 2011.
- [3] Oosthuizen P. H. and Carscallen W. E.: in "Compressible fluid flow" p. 230, McGraw-Hill, 1997.
- [4] 松尾一泰: 圧縮性流体力学, pp. 142-149, 理工学社, 1999.
- [5] 渡辺政広, 神田 徹, 田中祐大, 神吉和夫: マンホール蓋飛散の水理解析モデルと水理模型実験, *水工学論文集*, 第45巻, pp. 907-912, 2001.
- [6] Chaudhry M. H.: in "Applied hydraulic transients" pp. 389-394, Van Nostrand Reinhold Company, 1979.