

〈研究ノート〉

家庭内取引の均衡条件から導出される 労働給関数

——方法的準備——

三 土 修 平

I. 序

筆者は、これまでに論文[1]および[2]において、既存の労働供給関数理論の不備を補うべく、労働者家計の内部で行われる家事サービスを考慮に入れて労働給関数を再構成することを提案してきた。

この一連の研究の主たる目的は、[1]にも述べたように、婦人労働問題について多くの人に共有されうる合理的な判断基準を確立することにあつた。

この目的に照らしてみると、筆者がこれまでに展開してきたモデルでは、まだまだ不十分であることがわかる。なぜなら、それらのモデルでは、労働者家計の内部は唯一の経済主体から構成されることになっていたからである。

婦人労働問題のかなりの部分は、婦人労働者の多くが、同一家計内の他の所得稼得者から彼女の家事サービスへの見返りとして渡される所得の大小に応じて、家計補助的所得稼得者になったり、家事専門者に戻ったりという複雑な労働給関態度をとる事実に関連している。そのような現実を理論化するにあたっては、婦人労働者と他の所得稼得者との少なくとも2人の主体を同一家計内に想定し、それぞれが家事サービスについて別々の生産関数を持ち、また、外部へ提供する労働に関して別々の報酬率に直面している、という仮定をおいたモデルが必要である。

その場合、同一家計内の2人の経済主体が、家計外部との間で取引するのみ

ならず、各人の効用を最大化するべく、相互の間でも交換を行うと仮定するならば、モデルは、家計外で決まる諸価格や賃金率を所与とした、2主体の一般均衡モデルとなる。これは、小国の開放経済モデル（国際市場価格を所与として行動する国の、国際貿易を含む一般均衡モデル）と原理的には同じである。

II. モデルの構成

[1], [2]のモデルにおける筆者の基本的な仮定は以下の通りであった。

- (i) 労働者の可処分生活時間は「外部へ供給する労働時間」「家事サービスのための労働時間」「余暇」の三者から構成される。
- (ii) 効用関数の独立変数は「消費財」「サービス」「余暇」の三者である。
- (iii) 労働者が外部から購入する財の種類としては「消費財」の他に「家計外で生産されたサービス」があり、労働者が享受するサービスの総量は「自家生産されたサービス」と「外部から購入されたサービス」の和からなる。

今回展開しようとするモデルでも、この基本方針は踏襲されるが、ただ、モデルをより現実に近づけるために、サービスの内容を「外部からの購入によっても代替できる種類のサービス」と「家計の内部でしか生産できない種類のサービス」とに分けることにした。前者を「代替性サービス」、後者を「非代替性サービス」と呼ぶことにする。後者は、俗に「お金では買えない家庭的ぬくもり」といった言辞によって表現される類の、親族相互間の心理的なつながりを基礎としたサービスを指すものと理解すればよい。

このようにサービスが2種類に分割されている場合の主体均衡の条件を、家計内が1主体で構成されているケースについて定式化すると、次のようになる。

$$\begin{array}{l} \text{Maximize } u = u(c, s, s_3, l) \\ \\ \text{subject to } \left\{ \begin{array}{l} x + y + z + l = t \\ s = s_1 + s_2 \\ s_2 = f(y) \\ s_3 = g(z) \\ P_c c + P_1 s_1 = Wx \end{array} \right. \end{array} \quad (1)$$

u : 効用関数, c : 消費財享受量, s : 代替性サービス享受量, s_3 : 非代替性サービス享受量, l : 余暇時間, x : 雇用労働時間, y : 代替性サービスのための自家労働時間, z : 非代替性サービスのための自家労働時間, s_1 : 外部から購入する代替性サービスの量, s_2 : 自家生産する代替性サービスの量, f : 代替性サービスの自家生産関数, g : 非代替性サービスの自家生産関数, t : 可処分生活時間, P_c : 消費財価格, P_1 : 代替性サービスの市場価格, W : 貨幣賃金率

このモデルを2主体の家計へと拡張したものが、今回論じようとしているモデルである。そこでは、まず一方の主体 A にとっての主体均衡の条件は、次のように定式化される。

$$\begin{array}{l} \text{Maximize } u_A = u_A(c_A, s_A, s_{3A}, l_A) \\ \\ \text{subject to } \left\{ \begin{array}{l} x_A + y_A + z_A + l_A = t_A \\ s_A = s_{1A} + s_{2A} \\ s_{2A}^0 = f_A(y_A) \\ s_{3A}^0 = g_A(z_A) \\ m_A^0 = W_A x_A \\ P_{cA} c_A + P_1 s_{1A} = m_A \\ P_2 (s_{2A} - s_{2A}^0) + P_3 (s_{3A} - s_{3A}^0) + (m_A - m_A^0) = 0 \end{array} \right. \end{array} \quad (2)$$

大部分の記号の意味については、(1)式に出てくる対応する記号の説明に「Aの」という語を付加して理解すればよいし、 P_c と P_1 については(1)式の場合と全く同一であるが、以下の8種の記号については注意が必要である。

s_{1A} : A が外部から購入して享受する代替性サービスの量

s_{2A} : A が家庭内で自ら生産し、または B から購入して享受する代替性サービスの量

s_{2A}^0 : A が自家生産する代替性サービスの量

s_{3A}^0 : A が自家生産する非代替性サービスの量

m_A^0 : A が雇用労働で稼得する貨幣量

m_A : A が家計外からの財・サービスの購入に支出する貨幣量

P_2 : 代替性サービスの家計内価格

P_3 : 非代替性サービスの家計内価格

なお、(2)式の制約条件式のうち、第5式はAの家計外からの稼得を意味し、第6式は対外取引におけるAの予算制約を、第7式は家計内取引におけるAの予算制約を、それぞれ表わしている。これらを1本にまとめ、第3式と第4式をも代入すれば、次の式が得られる。

$$P_c c_A + P_1 s_{1A} + P_2 (s_{2A} - f_A(y_A)) + P_3 (s_{3A} - g_A(z_A)) = W_A x_A \quad (3)$$

もう一方の主体Bについても、添字AをBに変えただけの(2)と同様な式が成り立つ。

AとBとの間の取引の均衡条件は、次の3本の式で表現される。

$$s_{2A} - s_{2A}^0 + s_{2B} - s_{2B}^0 = 0 \quad (4)$$

$$s_{3A} - s_{3A}^0 + s_{3B} - s_{3B}^0 = 0 \quad (5)$$

$$m_A - m_A^0 + m_B - m_B^0 = 0 \quad (6)$$

このモデルは、1家計の内部の事情を扱ったものではあるが、一般均衡モデルの一種には違いないので、ワルラスの法則によって(4)~(6)の式のうち1本は削除可能になっているはずである。実際、AとBの双方の家計内取引の予算

制約式を加え合わせると

$$\begin{aligned}
 & P_2 (s_{2A} - s_{2A}^0 + s_{2B} - s_{2B}^0) \\
 & + P_3 (s_{3A} - s_{3A}^0 + s_{3B} - s_{3B}^0) \\
 & + m_A - m_A^0 + m_B - m_B^0 = 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

となるから、各人の主体均衡の条件に加えて(4)および(5)が成立しているときには、(6)は自動的に成立することがわかる。

なお、価格を表わす変数 P_c, P_1, W_A, P_2, P_3 は、その比だけが問題であるから、 P_c をニューメレールとして整理することができる。いま、

$$p_1 = \frac{P_1}{P_c}, w_A = \frac{W_A}{P_c}, p_2 = \frac{P_2}{P_c}, p_3 = \frac{P_3}{P_c}$$

とおくことにしよう。そうすれば、(3)式は

$$c_A + p_1 s_{1A} + p_2 (s_{2A} - f_A(y_A)) + p_3 (s_{3A} - g_A(z_A)) = w_A x_A \tag{8}$$

と書き換えられる。

モデルは原理的には以上の通りである。ただ、計算の便宜上、若干の修正を加えておく必要がある。

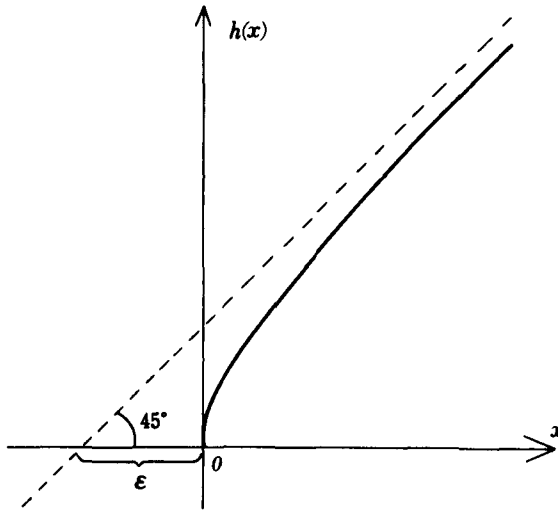
まず第1に、[1]でも指摘したように、この形のモデルでは、代替性サービスについて、自家生産と購入との間に完全な代替が生じて $s_{1A} = 0$ となるケースが生じうる。これは数値解析の場合には不都合なことなので、それを避けるために、 s_{1A} と s_{2A} との間に若干の補完性を付与することが必要である。

第2に、1主体家計の場合には生じなかったことだが、2主体家計の場合には、Bの賃金が高いと、Aがその収入に寄りかかって自らは雇用労働に全く従事しなくなり、 $x_A = 0$ というコーナー解が生じることがありうる。これも数値解析にとっては不都合なことなので、それを避けるために、賃金率に若干の非線形性を付与しておく必要がある。

これらの目的のためには、いずれに関しても、

$$h(x) = \sqrt{x^2 + 2 \varepsilon x} \quad (9)$$

という関数を利用することが解決を与えてくれる。この関数は、傾き45°の線を漸近線とする双曲線で、 x が0に近い点では傾きが無限に大きくなるが、 ε を十分小さくとおきさえすれば、通常の考察の範囲では変数 x そのものとはほぼ同一視できる (第1図)。



第 1 図

これを用いて、(2)式の制約条件の第2式を

$$s_A = h(s_{1A}) + h(s_{2A}) \quad (10)$$

と書き換え¹⁾、また(8)式を

$$c_A + p_1 s_{1A} + p_2 (s_{2A} - f_A(y_A)) + p_3 (s_{3A} - g_A(z_A)) = w_A h(x_A) \quad (11)$$

1) 前稿[2]で筆者は

$$s = g(s_1, s_2) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} (s_1^{-\rho} + s_2^{-\rho}) \right\}^{-\frac{1}{\rho}}$$

というCES関数を採用することによってコーナー解を避ける方法を用いたが、その後、本稿の関数 $h(x)$ を用いる方が計算が簡単で、所期の目的の達成には何ら支障がないことを発見した。

と書き換えることにする。

以上の修正を施した上で、(2)式の最大化問題についてラグランジュ関数を構成すると

$$\begin{aligned}
 L = & u_A(c_A, s_A, s_{3A}, l_A) \\
 & + \lambda_1(x_A + y_A + z_A + l_A - t) \\
 & + \lambda_2(s_A - h(s_{1A}) - h(s_{2A})) + \lambda_3\{c_A + p_1s_{1A} + p_2(s_{2A} - f_A(y_A)) \\
 & + p_3(s_{3A} - g_A(z_A)) - w_A h(x_A)\} \tag{12}
 \end{aligned}$$

となる。これを変数 $c_A, s_A, s_{3A}, l_A, x_A, y_A, z_A, s_{1A}, s_{2A}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ について偏微分して=0とおき、 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を消去すると、以下の9本の式が得られる²⁾。

$$\left. \begin{aligned}
 u_{A2} h'(s_{1A}) - u_{A1} p_1 &= 0 \\
 u_{A2} h'(s_{2A}) - u_{A1} p_2 &= 0 \\
 u_{A3} - u_{A1} p_3 &= 0 \\
 u_{A4} - u_{A1} w_A h'(x_A) &= 0 \\
 p_2 f'_A(y_A) - w_A h'(x_A) &= 0 \\
 p_3 g'_A(z_A) - w_A h'(x_A) &= 0 \\
 x_A + y_A + z_A + l_A - t &= 0 \\
 s_A - h(s_{1A}) - h(s_{2A}) &= 0 \\
 c_A + p_1 s_{1A} + p_2 (s_{2A} - f_A(y_A)) + p_3 (s_{3A} - g_A(z_A)) - w_A h(x_A) &= 0
 \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

主体Bについても、(13)式の添字AをBに変えただけの同じ形の式が成り立ち、以上の合計18本の式に、家計内取引の均衡条件式

$$s_{2A} - f_A(y_A) + s_{2B} - f_B(y_B) = 0 \tag{14}$$

$$s_{3A} - g_A(z_A) + s_{3B} - g_B(z_B) = 0 \tag{15}$$

2) u_{A1} は、効用関数 u_A を第1番目の変数について偏微分した偏導関数を表わす。 u_{A2} なども同様。

を加えた20元連立方程式を解けば、その解として $c_A, s_A, s_{3A}, l_A, x_A, y_A, z_A, s_{1A}, s_{2A}, c_B, s_B, s_{3B}, l_B, x_B, y_B, z_B, s_{1B}, s_{2B}, p_2, p_3$ の20個の未知数の値が確定することになる。

Ⅲ. 具体的関数形の導入

効用関数には、なるべく簡単な式でありつつ、事柄の性質をよく反映するような形の式を採用するのが望ましい。そこで、検討の結果、次の形を採用することにした³⁾。

$$\begin{aligned}
 u(c, s, s_3, l) \\
 = -\phi_1 \left(\frac{c}{c_0}\right)^{-\alpha} - \phi_2 \left(\frac{s}{s_0}\right)^{-\beta} + \phi_3 \left(\frac{s_3}{s_{30}}\right)^{\gamma} \\
 + (1 - \phi_1 - \phi_2 - \phi_3) \left(\frac{l}{t_0}\right)^{\delta}
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\left(\begin{array}{l} 0 < \phi_1 < 1, \quad 0 < \phi_2 < 1, \quad 0 < \phi_3 < 1, \quad \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 < 1, \\ c_0 > 0, \quad s_0 > 0, \quad s_{30} > 0, \quad \alpha > \beta > 0, \quad 0 < \gamma < 1, \quad 0 < \delta < 1 \end{array} \right)$$

第1項と第2項とは漸近線を持った分数関数であり、 $c \rightarrow 0, s \rightarrow 0$ のときの極限值は $-\infty$ である。これに対して、第3項と第4項とは原点から発する増加関数であり、その導関数は逓減するが、関数の値そのものには限界がない。こうしたことの結果、 c や s が s_3 や l に比べて下級財であるという現実が、モデルに反映されることになる。

また、 c と s との間では、 $\alpha > \beta$ であることにより、 c の方が下級財である現実がモデルに反映されている。

3) 前稿[2]でも筆者はほぼ同様な形の加法的な効用関数を用いたが、ただ、 l の項を $|1 - (1 - \frac{l}{t_0})^{\gamma}|^{\delta}$ という複雑な形にしていた。これは、可処分生活時間全体が余暇に割り振られる場合に生じるコーナー解を避けるための技法として採用したものであるが、資産を持たない労働者を前提とする限り、そのようなケースは生じえないことが明白であるから、今回は、より簡単な $(\frac{l}{t_0})^{\delta}$ の形を採用することにした。

次に、自家サービスの生産関数は

$$f(y) = M \left(\frac{y}{t} \right)^\mu \quad (M > 0, 0 < \mu < 1) \quad (17)$$

$$g(z) = N \left(\frac{z}{t} \right)^\nu \quad (N > 0, 0 < \nu < 1) \quad (18)$$

と特定化することにした。言うまでもなく、ごく平凡な収穫通減的生産関数である。

Ⅳ. 対数ニュートン法の採用

連立方程式を計算機で解く方法としてはニュートン法が最も一般的であるが、本稿のモデルのような経済モデルの場合、未知数はすべて正の数であり、それでいて、与件のいかんによっては、一部の未知数は0にきわめて近い値をとる。こうした方程式を解くにあたって、通常のニュートン法をそのまま適用すると、逐次近似の途中で解の予測値が負の領域に迷い込んで、計算の続行が不可能になる事態がしばしば発生する。解の第1次予測値を、真の解のかなり近くに設定しないと、この危険を避けることができない。

そこで、発想を転換し、今回の研究では、未知数の対数を新たな未知数とし、これに対してニュートン法を適用するという方法を採用することにした。

1元方程式の場合について、その方法を述べれば、次の通りである。

方程式を

$$f(x) = 0 \quad (19)$$

とする。ここで

$$y = \log x \quad (20)$$

とおくと、

$$x = \exp y \quad (21)$$

であるから、方程式(19)は、 y を新たな未知数として

$$f(\exp y) = 0 \quad (22)$$

と書き換えることができる。 x が正の範囲を動くとき y は実数全体の範囲を動くことになるので、 y を未知数とした場合には、範囲の制約を気にせずにニュートン法を適用することができる。方程式(22)の左辺を y について微分し、(21)式を考慮すると

$$\begin{aligned} \frac{df}{dy} &= \frac{df}{dx} \cdot \frac{dx}{dy} = \frac{df}{dx} \cdot \frac{d(\exp y)}{dy} \\ &= \frac{df}{dx} \cdot \exp y = f'(x)x \end{aligned} \quad (23)$$

となる。方程式(22)にニュートン法を適用した際の第1次近似解を y^* 、第2次近似解を y^{**} とおき、それぞれに対応する x の値を x^* 、 x^{**} とおくことにすると、 y^* と y^{**} の間には

$$y^{**} = y^* - \frac{f(\exp y^*)}{\frac{df(\exp y^*)}{dy}} \quad (24)$$

の関係があるが、ここで(23)式を考慮すると

$$y^{**} = y^* - \frac{f(x^*)}{f'(x^*)x^*} \quad (25)$$

となる。この式の両辺の真数をとることにより

$$\begin{aligned} \exp y^{**} &= \exp \left(y^* - \frac{f(x^*)}{f'(x^*)x^*} \right) \\ &= \exp y^* \exp \left(- \frac{f(x^*)}{f'(x^*)x^*} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

が得られる。この式を x^* 、 x^{**} を用いて書き直すことにより

$$x^{**} = x^* \exp \left(- \frac{f(x^*)}{f'(x^*)x^*} \right) \quad (27)$$

が得られる。結論的には(27)式に従って逐次近似解を作ってゆけばよいわけで、特に変数そのものを変更する必要はないわけである。

連立方程式の場合の対数ニュートン法の公式は、この方法を多変数に拡張することによって得られ、次の通りである。

n 元連立方程式

$$\left. \begin{aligned} f_1(x_1, \dots, x_n) &= 0 \\ &\vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \right\} (28)$$

の左辺に第1次近似解 x_1^*, \dots, x_n^* を代入したときの値を f_1^*, \dots, f_n^* とし、これらを並べた列ベクトルを f^* とする。

f_i を x_j で偏微分して得られる偏導関数に当の変数は x_j を掛けたものを φ_{ij} とし、特に変数の値が x_1^*, \dots, x_n^* である点でのそれを φ_{ij}^* と名付けることにする。つまり、

$$\varphi_{ij}^* = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \cdot x_j^* \Big|_{x_1=x_1^*, \dots, x_n=x_n^*} \quad (29)$$

である。そして、 φ_{ij}^* を第 (i, j) 成分とするような n 次正方行列を $[\varphi_{ij}^*]$ とおく。すると、第2次近似解 $x_1^{**}, \dots, x_n^{**}$ で構成される列ベクトル x^{**} と、第1次近似解の列ベクトル x^* との間には、次の関係が成立する。

$$\log x^{**} = \log x^* - [\varphi_{ij}^*]^{-1} f^* \quad (30)$$

ここで、 $g = [\varphi_{ij}^*]^{-1} f^*$ とおき、列ベクトル g の第 i 成分を g_i とすると

$$x_i^{**} = x_i^* \exp(-g_i) \quad (31)$$

となる。 $[\varphi_{ij}^*]^{-1} f^*$ の計算には掃き出し法を適用すればよい。

実際に試行したところによれば、この対数ニュートン法を用いた場合、解の第1次予測値と真の解との間に10²倍程度の隔たりがあっても計算はたいがい収束するので、この方法は、これまでの方法に比べて、格段に改善された方法であると言える。

V. 解の予測値の見つけ方

上に述べたように、対数ニュートン法を用いれば、解の第1次予測値として、さほど真の解に近い値を用いる必要はないわけだが、あまりに見当はずれな値から出発したのでは計算が収束しないこともあるから、ある程度良好な予測値を設定することに越したことはない。そのための技法を以下に述べる。

本稿で論じている2主体家計のモデルは、 $f_A = f_B$, $g_A = g_B$, $W_A = W_B$ の場合には、AとBとの持つ与件が全く同一になるので、家計内に1人の主体しか存在しないモデルと実質的には同じになる。したがって、その際の解 c_A と c_B は互いに等しく、これらは、対応する1主体家計のモデルの解 c と等しくなる。 s_A , s_B などについても同様である。したがって、こうした特殊ケースの解は、1主体家計の場合の解を流用して予測値に用いることによって容易に求めることができる。それが求まったならば、それをさらに予測値に用いることで、AとBの与件が少し異なる場合の解を求めることができ、逐次与件をずらしつつ、前の解を予測値に用いて解を追跡してゆけば、あらゆる与件に対応する解を求めることができる。

そこで問題は、(1)式で表わされている1主体家計のモデルの解をどうやって求めるかに帰着する。それを次に述べる。

(1)式に、コーナー解を避けるための修正を施し、さらに、消費財価格をニューメレールとして

$$p_1 = \frac{P_1}{P_c}, \quad w = \frac{W}{P_c}$$

とおくと、(1)式は次のようになる⁴⁾。

4) 1主体家計の場合には $x = 0$ というコーナー解はありえないので、制約条件の第5式の右辺は $wh(x)$ とはせず、 wx としておく。

$$\begin{array}{l}
 \text{Maximize } u = u(c, s, s_3, l) \\
 x + y + z + l = t \\
 \text{subject to } \left\{ \begin{array}{l} s = h(s_1) + h(s_2) \\ s_2 = f(y) \\ s_3 = g(z) \\ c + p_1 s_1 = wx \end{array} \right. \quad (32)
 \end{array}$$

これにラグランジュ乗数法を適用すると、最大化の1階の条件として次の9本の式が得られる⁵⁾。

$$u_2 h'(s_1) - u_1 p_1 = 0 \quad (33)$$

$$u_2 h'(s_2) f'(y) - u_1 w = 0 \quad (34)$$

$$u_3 g'(z) - u_1 w = 0 \quad (35)$$

$$u_4 - u_1 w = 0 \quad (36)$$

$$x + y + z + l - t = 0 \quad (37)$$

$$s - h(s_1) - h(s_2) = 0 \quad (38)$$

$$s_2 - f(y) = 0 \quad (39)$$

$$s_3 - g(z) = 0 \quad (40)$$

$$c + p_1 s_1 - wx = 0 \quad (41)$$

いま仮に、未知数 y と s_1 について、恣意的な値が与えられたとする。すると、それらがこの連立方程式を満たすか否かは、次のようにしてチェックできる。

まず(39)から、その y の値に対応する s_2 の値が決まる。次に、(38)に s_1 と s_2 の値を代入することによって s の値が決まる。具体的関数形(16)を考慮すると u_2 は

$$u_2 = \phi_2 \beta s_0^\beta s^{-\beta-1}$$

5) u_1 は効用関数 u を第1番目の変数で偏微分した偏導関数を表わす。 u_2 などと同様。

であるが, s が既に決まっているから, この値も決まる。 $h'(s_1)$, $h'(s_2)$, $f'(y)$ の値も, 以上の情報によって確定する。

ところで, (33)は(16)を考慮すると

$$u_2 h'(s_1) - \phi_1 \alpha c_0^{\alpha} c^{\alpha-1} p_1 = 0$$

となり, ここから

$$c = \left(\frac{u_2 h'(s_1)}{\phi_1 \alpha c_0^{\alpha} p_1} \right)^{-\frac{1}{\alpha+1}} \quad (42)$$

となる。また, (35)から(34)を引くと

$$u_3 g'(z) - u_2 h'(s_2) f'(y) = 0$$

となるが, ここで具体的関数形(16), (18)を考慮すると

$$\phi_3 \gamma s_3^{-\gamma} \left\{ N \left(\frac{z}{t} \right)^{\gamma} \right\}^{\gamma-1} N t^{-\gamma} \nu z^{\gamma-1} - u_2 h'(s_2) f'(y) = 0$$

であり, ここから

$$z = \left(\frac{u_2 h'(s_2) f'(y) s_3^{\gamma} t^{\gamma}}{\phi_3 \gamma N^{\gamma} \nu} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (43)$$

となる。また, (36)から(34)を引くと

$$u_4 - u_2 h'(s_2) f'(y) = 0$$

となるが, ここで(16)を考慮すると

$$(1 - \phi_1 - \phi_2 - \phi_3) \delta t^{-\delta} l^{\delta-1} - u_2 h'(s_2) f'(y) = 0$$

であり, ここから

$$l = \left(\frac{u_2 h'(s_2) f'(y) t^{\delta}}{(1 - \phi_1 - \phi_2 - \phi_3) \delta} \right)^{\frac{1}{\delta-1}} \quad (44)$$

となる。(43), (44)によって, z と l は y と s_1 によって表わされたことになるので, これらの値は確定し, それを(37)に代入することにより x の値が決まる。こうし

て決まった x の値を、最初に与えられた s_1 の値とともに(41)に代入してみて成り立つか否かがひとつのチェック・ポイントである。また、(33)と(34)から

$$p_1 h'(s_2) f'(y) - h'(s_1) w = 0 \quad (45)$$

が得られるが、 y と s_1 が与えられればこの式の左辺の値は決まるので、この式が成り立つか否かがもうひとつのチェック・ポイントになる。以上を要するに、代入計算を繰り返すことによって、方程式は2本に縮約されたわけである。それら2本の方程式の左辺が正負いずれの値をとるかは、計算機のディスプレイ上の2次元平面に視覚化することができる。そのようにして、2本の式の符号が共に変化する場所を見つけ出せば、それが連立方程式(33)~(41)を満たす y と s_1 の組み合わせであり、他の未知数の値は代入計算によって求めることができる。

このようにして、連立方程式(33)~(41)の解の大まかな値がわかったら、それを予測値にしてニュートン法を実行することにより、解の厳密な値をも求めることができる。

[完]

〔本稿の研究にあたっては、公益信託山田学術研究奨励基金からの助成金を賜りました。記して謝意を表します。〕

文 献

- [1] 三土修平「自家生産を考慮に入れた労働供給関数」『愛媛経済論集』第2巻第2号(1982年11月), pp. 55-85.
- [2] ———「S字型労働供給曲線の数値解析モデル」『愛媛経済論集』第8巻第2号(1988年12月), pp. 27-42.